

1ÈRE ANNÉE COLLÈGE · SÉANCE 10

Les puissances

Exposants · Règles de calcul · Puissances de 10 · Écriture scientifique

Ce que nous allons apprendre

- La définition de a^n , base et exposant
- Le signe d'une puissance
- Les exposants 0, 1 et négatifs
- Les cinq règles de calcul
- Les puissances de 10
- L'écriture scientifique $a \times 10^n$

1 · DÉFINITION

Base et exposant

DÉFINITION

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Exemple

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

Vocabulaire

5 est la **base**, 3 est l'**exposant**. On lit « 5 exposant 3 ».

CAS PARTICULIERS

$a^1 = a$ · $a^0 = 1$ (pour $a \neq 0$) · a^2 se lit « au carré », a^3 « au cube ».

Quand une puissance est-elle négative ?

Base	Exposant	Signe
positive	n'importe lequel	+
négative	pair	+
négative	impair	−

$$(-3)^2 = 9 \quad \cdot \quad (-3)^3 = -27$$

Le piège des parenthèses

$$(-3)^2$$

$$= (-3) \times (-3) = 9 \checkmark$$

L'exposant porte sur -3 tout entier.

$$-3^2$$

$$= -(3 \times 3) = -9 \checkmark$$

L'exposant ne porte que sur le 3 .

LE RÉFLEXE

Je regarde **d'abord** s'il y a des parenthèses autour du nombre négatif.

3 · EXPOSANT NÉGATIF

a^{-n} , c'est l'inverse de a^n

LA RÈGLE

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

$$2^{-3}$$

$$= \frac{1}{8}$$

$$10^{-2}$$

$$= 0,01$$

$$5^{-1}$$

$$= \frac{1}{5}$$

Cinq formules à maîtriser

Règle	Écriture
Produit	$a^m \times a^n = a^{m+n}$
Quotient	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Puissance de puissance	$(a^m)^n = a^{m \times n}$
Produit de bases	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$
Quotient de bases	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

CONDITION

Les trois premières ne marchent qu'avec la **même base**.

Les voir à l'œuvre

TROIS EXEMPLES

$$2^5 \times 2^3 = 2^8 = 256$$

$$\frac{3^7}{3^4} = 3^3 = 27 \quad (5^2)^3 = 5^6$$

ASTUCE QUAND LES EXPOSANTS SONT ÉGAUX

$$4^3 \times 25^3 = (4 \times 25)^3 = 100^3 = 1\,000\,000$$

Compter les zéros

Exposant positif

10^n : un 1 suivi de n zéros

$$10^4 = 10\,000$$

Exposant négatif

10^{-n} : n chiffres après la virgule

$$10^{-3} = 0,001$$

TRÈS UTILE

Multiplier par 10^n décale la virgule de n rangs vers la droite ; par 10^{-n} , vers la gauche.

La forme $a \times 10^n$

DÉFINITION

Un nombre est en écriture scientifique s'il s'écrit $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ et n entier relatif.

- 1 Je place la virgule juste après le premier chiffre non nul.
- 2 Je compte de combien de rangs la virgule a bougé.
- 3 Vers la gauche $\Rightarrow n > 0$; vers la droite $\Rightarrow n < 0$.

$$43\,000 = 4,3 \times 10^4 \quad \cdot \quad 0,00056 = 5,6 \times 10^{-4}$$

APPLICATION 1

Simplifier avec les règles

Énoncé. Écrire $A = \frac{5^8 \times 5^3}{5^{10}}$ sous la forme d'une seule puissance.

- 1 Au numérateur : $5^8 \times 5^3 = 5^{11}$.
- 2 Quotient : $\frac{5^{11}}{5^{10}} = 5^{11-10} = 5^1$.
- 3 Donc $A = 5$.

APPLICATION 2

La feuille pliée dix fois

Énoncé. Une feuille de 0,1 mm d'épaisseur est pliée 10 fois ; à chaque pli l'épaisseur double.

- ➊ Après 10 plis : $0,1 \times 2^{10}$ mm.
- ➋ $2^{10} = 1\,024$.
- ➌ Épaisseur : 102,4 mm, soit environ 10 cm.

L'essentiel de la séance

Règle	Écriture
Définition	$a^n = a \times \cdots \times a$ (n facteurs)
Exposants particuliers	$a^1 = a ; a^0 = 1 ; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
Produit / Quotient	$a^{m+n} \cdot a^{m-n}$
Puissance de puissance	$(a^m)^n = a^{m \times n}$
Écriture scientifique	$a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$