

1ÈRE ANNÉE COLLÈGE · SÉANCE 11

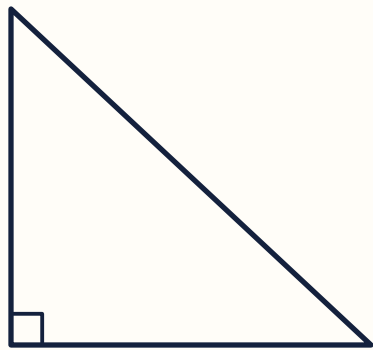
Les triangles

Natures · Somme des angles · Constructions · Cercle circonscrit

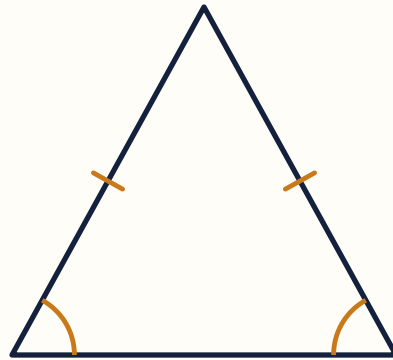
Ce que nous allons apprendre

- Reconnaître la nature d'un triangle
- La somme des angles vaut toujours 180°
- Les trois cas de construction
- Les médianes et le centre de gravité
- Les médiatrices et le cercle circonscrit
- Le cas particulier du triangle rectangle

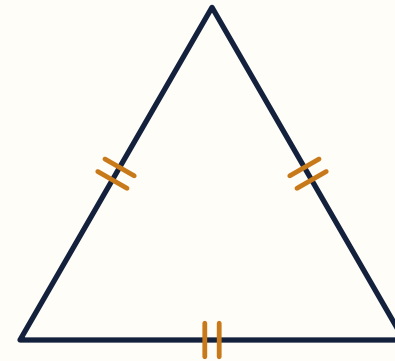
Quatre triangles à reconnaître



rectangle



isocèle



équilatéral ($3 \times 60^\circ$)

Quelconque · isocèle · équilatéral · rectangle

Définitions et propriétés

Triangle	Définition	Propriété
isocèle en A	$AB = AC$	$\hat{B} = \hat{C}$
équilatéral	trois côtés égaux	trois angles de 60°
rectangle en A	$\hat{A} = 90^\circ$	$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$
rectangle isocèle	$\hat{A} = 90^\circ, AB = AC$	$\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$

La propriété fondamentale

DANS TOUT TRIANGLE

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\hat{A} = 72^\circ, \hat{B} = 48^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180 - 120 = 60^\circ$$

CONSÉQUENCE

Un triangle ne peut avoir ni deux angles droits, ni deux angles obtus.

Trois cas, trois méthodes

- 1 **Trois côtés** : je trace un côté, puis deux arcs de compas de rayons les deux autres.
- 2 **Deux côtés et l'angle entre eux** : je trace l'angle au rapporteur, puis je reporte les longueurs.
- 3 **Un côté et les deux angles** : je trace le côté, puis les deux angles ; les demi-droites se coupent au troisième sommet.

AVANT DE CONSTRUIRE

Je vérifie que le plus grand côté est inférieur à la somme des deux autres.

Le centre de gravité

DÉFINITION

Une **médiane** joint un sommet au **milieu** du côté opposé.

PROPRIÉTÉ

Les trois médianes se coupent en un même point : le **centre de gravité** du triangle.

C'est le point d'équilibre : une plaque triangulaire tient en équilibre sur la pointe d'un crayon placé à cet endroit.

Le cercle circonscrit

PROPRIÉTÉ

Les trois médiatrices se coupent en un point O tel que $OA = OB = OC$. Le cercle de centre O passant par A , B et C est le **cercle circonscrit**.

Triangle rectangle

O est le **milieu de l'hypoténuse**.

Triangle isocèle

La médiatrice de la base est aussi médiane, hauteur et bissectrice.

MÉTHODE

Justifier une égalité d'angles

ON SAIT QUE...

ABC est isocèle en A .

OR...

dans un triangle isocèle, les angles de la base sont égaux.

DONC...

$$\hat{B} = \hat{C}.$$

APPLICATION 1

Des angles proportionnels

Énoncé. Les trois angles d'un triangle sont proportionnels à 1 ; 2 et 3. Les calculer.

- ➊ Je note les angles x , $2x$ et $3x$.
- ➋ $x + 2x + 3x = 180$ donc $6x = 180$ et $x = 30$.
- ➌ Les angles valent 30° , 60° et 90° : le triangle est **rectangle**.

APPLICATION 2

Triangle isocèle et périmètre

Énoncé. ABC est isocèle en A , de périmètre 32 cm, avec $BC = 12$ cm. Calculer AB et AC .

CORRECTION

$$AB + AC = 32 - 12 = 20 \text{ cm.}$$

$$\text{Comme } AB = AC : AB = AC = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm.}$$

VÉRIFICATION

$$10 + 10 + 12 = 32 \text{ cm } \checkmark$$

Trois choses à ne pas écrire

Erreur	Correction
« isocèle en A donc $\hat{A} = \hat{B}$ »	les angles égaux sont $\hat{B}$ et $\hat{C}$
« un triangle peut avoir deux angles obtus »	la somme dépasserait 180°
« équilatéral n'est pas isocèle »	il l'est : il a bien deux côtés égaux

L'essentiel de la séance

Ce que je dois savoir	En une phrase
Somme des angles	$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$
Isocèle	deux côtés égaux, deux angles égaux
Équilatéral	trois angles de 60°
Rectangle	les deux autres angles sont complémentaires
Médiatrices	centre du cercle circonscrit