

Séance 12 — Bissectrices et hauteurs d'un triangle — Cours

1ère année collège · Bissectrices et hauteurs

1. Bissectrice d'un angle

La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.

Si $[Oz)$ est la bissectrice de $\widehat{xOy}$, alors $\widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$.

Propriété : tout point de la bissectrice d'un angle est à égale distance des deux côtés de cet angle.

Bissectrices d'un triangle

Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont **concurrentes** en un point I , centre du **cercle inscrit** dans le triangle (cercle tangent aux trois côtés).

2. Hauteurs d'un triangle

Une **hauteur** d'un triangle est la droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé (ou à son prolongement).

Le point d'intersection avec le côté opposé est le **pied** de la hauteur.

Propriété : les trois hauteurs d'un triangle sont **concurrentes** en un point H appelé **orthocentre**.

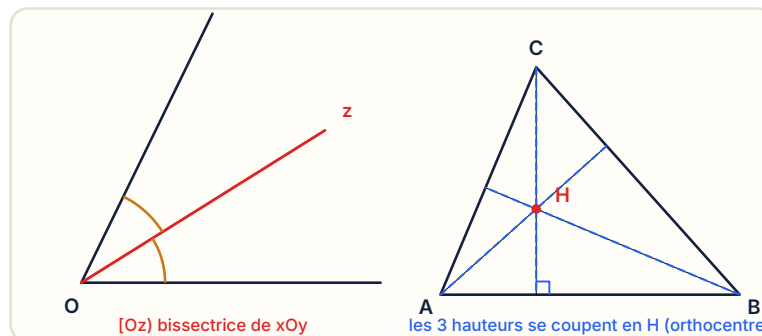


Figure — bissectrice d'un angle et hauteurs d'un triangle

Cas particuliers

- Dans un triangle rectangle, l'orthocentre est le sommet de l'angle droit.
- Dans un triangle ayant un angle obtus, l'orthocentre est à l'extérieur du triangle.
- Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal est aussi médiatrice de la base et bissectrice de l'angle au sommet.

Aire d'un triangle

$$\mathcal{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$