

1ÈRE ANNÉE COLLÈGE · SÉANCE 13

Développement et factorisation

Calcul littéral · Distributivité · Réduire · Factoriser

Ce que nous allons apprendre

- Écrire et calculer avec des expressions littérales
- La distributivité : $k(a + b) = ka + kb$
- La double distributivité
- Réduire une expression
- Factoriser : repérer le facteur commun
- Les erreurs classiques à éviter

Les conventions d'écriture

ON SUPPRIME LE SIGNE $\times$

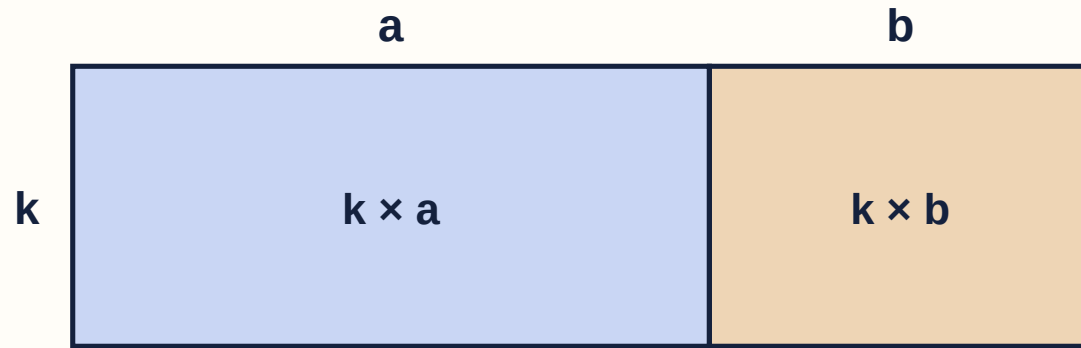
$$3 \times x = 3x \quad a \times b = ab \quad 5 \times (x + 2) = 5(x + 2)$$

CALCULER UNE VALEUR

Pour $x = 4$: $3x + 5 = 3 \times 4 + 5 = 17$.

On garde le signe $\times$ entre deux nombres : 3×4 , jamais « 34 ».

Voir la distributivité avec des aires



LA RÈGLE

$$k(a + b) = ka + kb$$

Produit $\rightarrow$ somme

Facteur positif

$$3(x + 5) = 3x + 15$$

$$4(2y - 7) = 8y - 28$$

Facteur négatif

$$-2(x - 3) = -2x + 6$$

Tous les signes changent.

ERREUR À NE PAS FAIRE

$3(x + 5) = 3x + 5$ ✖ · il faut multiplier **les deux** termes : $3x + 15$ ✔

Quatre produits à écrire

LA RÈGLE

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

EXEMPLE DÉTAILLÉ

$$(x + 2)(x + 5) = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$$

Je trace mentalement quatre flèches : chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde.

Regrouper les termes semblables

LA MÉTHODE

$$5x + 3 - 2x + 8 = (5x - 2x) + (3 + 8) = 3x + 11$$

On peut regrouper

$$7x - 2x = 5x$$

On ne peut pas

$5x + 3$ reste $5x + 3$
et x ne se regroupe pas avec x^2 .

Somme → produit

LA RÈGLE

$$ka + kb = k(a + b)$$

- 1 Je cherche le **facteur commun** à tous les termes.
- 2 Je l'écris devant une parenthèse.
- 3 Dans la parenthèse, j'écris ce qui reste pour chaque terme.
- 4 Je vérifie en développant.

Trois exemples

FACTEUR NUMÉRIQUE

$$6x + 15 = 3 \times 2x + 3 \times 5 = 3(2x + 5)$$

FACTEUR LITTÉRAL

$$x^2 + 7x = x \times x + x \times 7 = x(x + 7)$$

FACTEUR ENTRE PARENTHÈSES

$$(x + 1)(x + 4) + (x + 1) \times 2x = (x + 1)(3x + 4)$$

Les quatre pièges du chapitre

Erreur	Correction
$3(x + 5) = 3x + 5$	$3x + 15$
$-2(x - 3) = -2x - 6$	$-2 \times (-3) = +6 \Rightarrow -2x + 6$
$5x + 3 = 8x$	termes non semblables
$x \times x = 2x$	$x \times x = x^2$, mais $x + x = 2x$

APPLICATION 1

Développer, réduire

Énoncé. Développer et réduire $A = 3(2x - 5) - 2(x - 4)$.

- ➊ $3(2x - 5) = 6x - 15.$
- ➋ $-2(x - 4) = -2x + 8.$
- ➌ $A = 6x - 15 - 2x + 8 = 4x - 7.$

APPLICATION 2

Un programme de calcul

Énoncé. « Choisir un nombre, le multiplier par 4, ajouter 12, diviser par 4. »
Que fait ce programme ?

- 1 Avec $x = 5$: $(20 + 12) \div 4 = 8$.
- 2 En littéral : $\frac{4x + 12}{4} = x + 3$.
- 3 Le programme revient simplement à **ajouter 3** au nombre choisi.

L'essentiel de la séance

Opération	Sens	Exemple
Développer	produit $\rightarrow$ somme	$4(x + 3) = 4x + 12$
Réduire	regrouper les semblables	$7x - 2x = 5x$
Factoriser	somme $\rightarrow$ produit	$6x + 9 = 3(2x + 3)$
Double distributivité	quatre produits	$(a + b)(c + d)$