

1ÈRE ANNÉE COLLÈGE · SÉANCE 14

La symétrie centrale

Un demi-tour autour d'un point · Conservation · Centre de symétrie

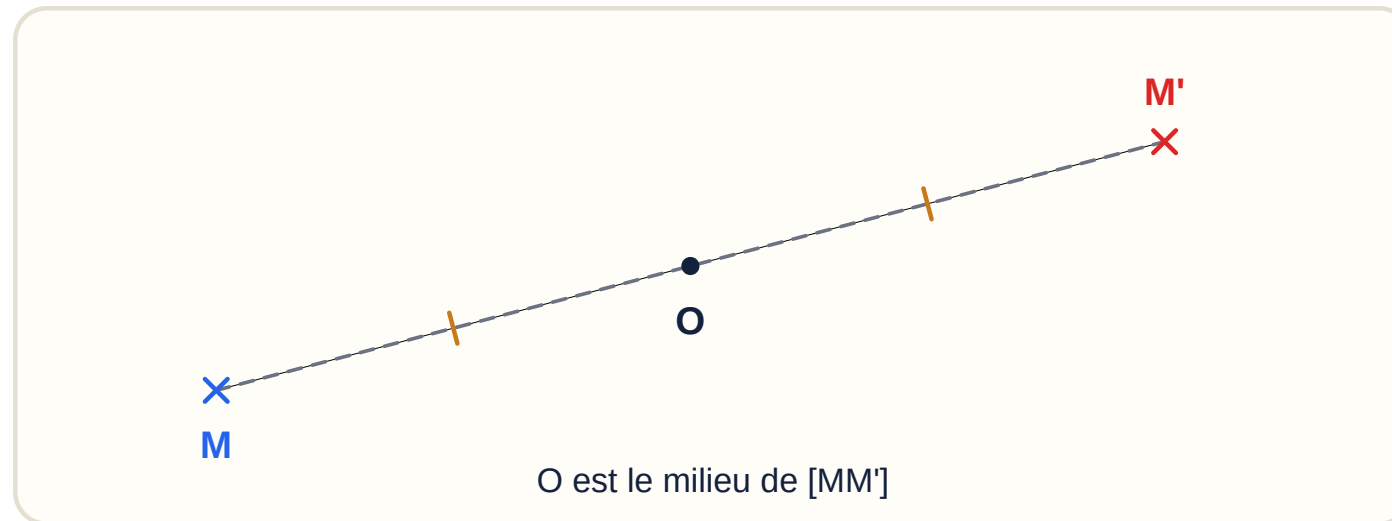
Ce que nous allons apprendre

- Le symétrique d'un point par rapport à un centre
- Construire l'image d'une figure
- Ce que la symétrie centrale conserve
- L'image d'une droite est une droite parallèle
- Reconnaître un centre de symétrie
- Ne pas confondre avec la symétrie axiale

La définition

À RETENIR

M' est le symétrique de M par rapport à O lorsque O est le **milieu** de $[MM']$.



1 · SYMÉTRIQUE D'UN POINT

Comment le construire

- 1 Je trace la demi-droite $[MO)$.
- 2 Je reporte la longueur OM de l'autre côté de O .
- 3 J'obtiens M' , avec $OM' = OM$.

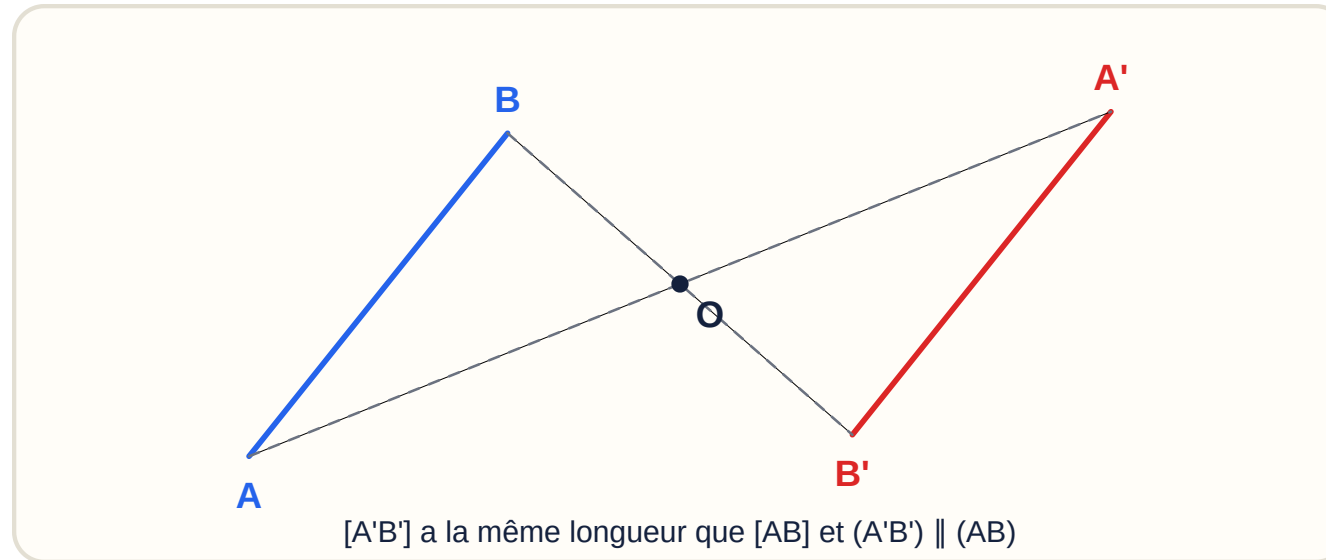
AU COMPAS

Je pointe en O avec un rayon OM : le cercle recoupe la droite (MO) en M' .

Le symétrique de O par rapport à O est O lui-même.

2 · IMAGE D'UNE FIGURE

Un demi-tour de 180°



MÉTHODE

Je construis le symétrique de chaque **point caractéristique** (sommets, centre, extrémités), puis je relie dans le même ordre.

Tout est conservé

LA SYMÉTRIE CENTRALE CONSERVE

les **longueurs**, les **angles**, les **aires** et périmètres, l'**alignement**, les **milieux** et le **parallélisme**.

$$AB = 5,4 \text{ cm} \Rightarrow A'B' = 5,4 \text{ cm}$$

CONSÉQUENCE PRATIQUE

On peut donner une longueur ou un angle de l'image **sans mesurer**.

Images des figures usuelles

Figure	Son image
un segment	un segment de même longueur
une droite	une droite parallèle
un cercle de rayon r	un cercle de même rayon r
un triangle	un triangle superposable

CAS PARTICULIER

Une droite qui passe par le centre O a pour image **elle-même**.

Symétrie de centre l'origine

LA RÈGLE

$$M(x ; y) \longrightarrow M'(-x ; -y)$$

$$A(2 ; 3)$$

$$A'(-2 ; -3)$$

$$B(-1 ; 4)$$

$$B'(1 ; -4)$$

$$C(5 ; -3)$$

$$C'(-5 ; 3)$$

Les deux coordonnées changent de signe en même temps.

Quand la figure est sa propre image

Figure	Centre de symétrie
segment	son milieu
cercle	son centre
parallélogramme, rectangle, losange, carré	intersection des diagonales
triangle	aucun

POUR S'AMUSER

Les lettres *H*, *N*, *S*, *O*, *Z* ont un centre de symétrie ; *A* et *T* n'en ont pas.

Axiale ou centrale ?

	Symétrie axiale	Symétrie centrale
Élément	une droite (l'axe)	un point (le centre)
Effet	un miroir	un demi-tour de 180°
Droite et image	sécantes ou parallèles	toujours parallèles

APPLICATION 1

Dans un parallélogramme

Énoncé. $ABCD$ est un parallélogramme de centre O . Quelle est l'image de A par la symétrie de centre O ? Et celle de $[AB]$?

CORRECTION

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, donc O est le milieu de $[AC]$: l'image de A est C .

De même l'image de B est D , donc l'image de $[AB]$ est $[CD]$.

APPLICATION 2

Deux symétries de suite

Énoncé. M' est le symétrique de M par rapport à O , et M'' le symétrique de M' par rapport à O . Que peut-on dire de M'' ?

- 1 O est le milieu de $[MM']$.
- 2 O est aussi le milieu de $[M'M'']$.
- 3 Donc $M'' = M$: deux demi-tours font un tour complet.

L'essentiel de la séance

Ce que je dois savoir	En une phrase
Symétrique d'un point	O est le milieu de $[MM']$
Symétrie centrale	un demi-tour autour de O
Conservation	longueurs, angles, aires, alignement, milieu
Image d'une droite	une droite parallèle
Dans un repère	$(x; y) \rightarrow (-x; -y)$