

1ÈRE ANNÉE COLLÈGE · SÉANCE 16

Le parallélogramme

Propriétés · Démonstrations · Aire et périmètre

Ce que nous allons apprendre

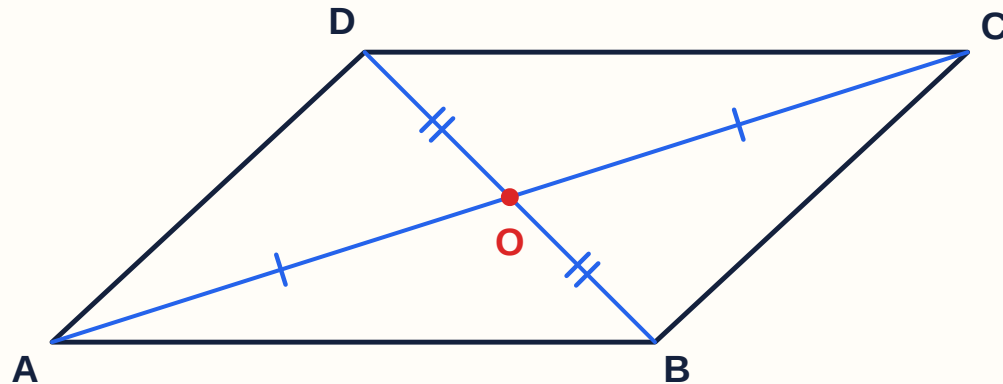
- La définition et le centre du parallélogramme
- Les cinq propriétés à connaître
- Comment démontrer qu'un quadrilatère en est un
- Rédiger « on sait que... or... donc... »
- Périmètre et aire
- Deux méthodes de construction

1 · DÉFINITION

Côtés opposés parallèles

DÉFINITION

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont **parallèles deux à deux** : $(AB) \parallel (DC)$ et $(AD) \parallel (BC)$.



côtés opposés parallèles ; les diagonales se coupent en leur milieu O

Cinq propriétés à connaître

Propriété	Énoncé
P1 — côtés	les côtés opposés ont la même longueur
P2 — diagonales	elles se coupent en leur milieu
P3 — angles opposés	$\hat{A} = \hat{C}$ et $\hat{B} = \hat{D}$
P4 — angles consécutifs	$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$
P5 — symétrie	le centre O est un centre de symétrie

Les utiliser tout de suite

Données. $ABCD$ est un parallélogramme, $AB = 7$ cm et $\hat{A} = 65^\circ$.

- ➊ $DC = 7$ cm (P1 : côtés opposés égaux).
- ➋ $\hat{C} = 65^\circ$ (P3 : angles opposés égaux).
- ➌ $\hat{B} = \hat{D} = 180 - 65 = 115^\circ$ (P4 : angles consécutifs supplémentaires).

Quatre conditions, une seule suffit

C'EST UN PARALLÉLOGRAMME SI...

- les côtés opposés sont parallèles deux à deux (définition) ;
- les diagonales se coupent en leur milieu ;
- les côtés opposés ont deux à deux la même longueur ;
- **deux côtés opposés** sont à la fois **parallèles et de même longueur**.

CONSEIL

La dernière condition est souvent la plus rapide dans les exercices.

3 · DÉMONTRER

Rédiger proprement

ON SAIT QUE...

les diagonales de $MNPQ$ se coupent en leur milieu O .

OR...

si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

DONC...

$MNPQ$ est un parallélogramme.

Deux formules

FORMULES

$$P = 2 \times (AB + BC) \quad \mathcal{A} = \text{base} \times \text{hauteur}$$

$$\text{base } 8 \text{ cm, hauteur } 5 \text{ cm} \Rightarrow \mathcal{A} = 40 \text{ cm}^2$$

ATTENTION

La hauteur n'est **pas** le côté oblique : c'est la distance perpendiculaire entre les deux bases.

Deux méthodes

Par les diagonales

Je trace $[AC]$, je marque son milieu O , puis $[BD]$ passant par O avec $OB = OD$.

Par deux côtés et un angle

Je trace $\hat{A}$, je reporte AB et AD , puis je complète au compas : $BC = AD$ et $DC = AB$.

VÉRIFICATION

Les diagonales doivent se couper exactement en leur milieu.

APPLICATION 1

Angles d'un parallélogramme

Énoncé. Dans $ABCD$, l'angle $\hat{A}$ mesure le double de $\hat{B}$. Calculer les quatre angles.

- 1 $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$ (angles consécutifs).
- 2 $2\hat{B} + \hat{B} = 180$ donc $3\hat{B} = 180$ et $\hat{B} = 60^\circ$.
- 3 Les angles valent 120° , 60° , 120° et 60° .

APPLICATION 2

Un problème de périmètre

Énoncé. Le périmètre d'un parallélogramme est **34** cm, et un côté mesure 5 cm de plus que l'autre.

CORRECTION

Soit x le petit côté : $2(x + (x + 5)) = 34$.

$4x + 10 = 34$ donc $4x = 24$ et $x = 6$.

Les côtés mesurent **6 cm et 11 cm**.

Trois pièges du chapitre

Erreur	Correction
« les diagonales sont égales »	vrai seulement pour le rectangle
« les diagonales sont perpendiculaires »	vrai seulement pour le losange
aire = produit des deux côtés	aire = base $\times$ hauteur

L'essentiel de la séance

Propriété	Énoncé
Côtés opposés	parallèles et de même longueur
Diagonales	se coupent en leur milieu
Angles opposés	égaux
Angles consécutifs	supplémentaires
Aire	base $\times$ hauteur