

1ÈRE ANNÉE COLLÈGE · SÉANCE 17

# Quadrilatères particuliers

---

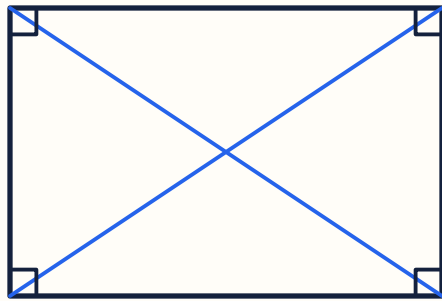
Rectangle · Losange · Carré

# Ce que nous allons apprendre

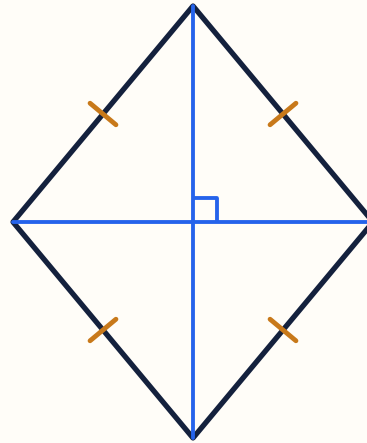
---

- Le rectangle : définition, diagonales, aire
- Le losange : définition, diagonales, aire
- Le carré : les deux à la fois
- Le tableau comparatif des diagonales
- Les axes et centres de symétrie
- Comment démontrer la nature d'un quadrilatère

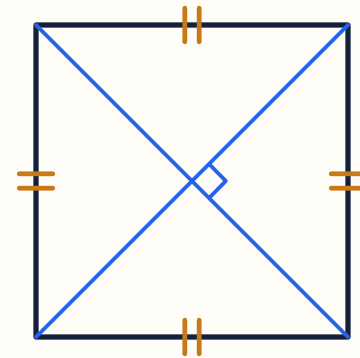
# Rectangle, losange, carré



rectangle



losange



carré

Chacun est d'abord un parallélogramme, avec une condition en plus.

# Un parallélogramme avec un angle droit

## PROPRIÉTÉS

Ses quatre angles sont droits, et ses **diagonales ont la même longueur** et se coupent en leur milieu.

## POUR DÉMONTRER

parallélogramme + un angle droit, **ou** parallélogramme avec diagonales de même longueur, **ou** trois angles droits.

$$P = 2(L + \ell) \quad \cdot \quad \mathcal{A} = L \times \ell$$

## Un parallélogramme à côtés égaux

### PROPRIÉTÉS

Ses quatre côtés sont égaux, et ses **diagonales sont perpendiculaires** et se coupent en leur milieu ; elles sont ses axes de symétrie.

### POUR DÉMONTRER

parallélogramme + deux côtés consécutifs égaux, **ou** parallélogramme à diagonales perpendiculaires, **ou** quatre côtés égaux.

$$P = 4c \quad \cdot \quad \mathcal{A} = \frac{D \times d}{2}$$

## Rectangle et losange

### PROPRIÉTÉS

Quatre côtés égaux, quatre angles droits ; ses diagonales sont **égales**, **perpendiculaires** et se coupent en leur milieu.

$$P = 4c \quad \cdot \quad \mathcal{A} = c^2$$

### LOGIQUE DES FAMILLES

Tout carré est un rectangle et un losange ; l'inverse est faux.

## Tout se joue sur les diagonales

| Quadrilatère    | Côtés         | Angles        | Diagonales                          |
|-----------------|---------------|---------------|-------------------------------------|
| Parallélogramme | opposés égaux | opposés égaux | même milieu                         |
| Rectangle       | opposés égaux | quatre droits | <b>même longueur</b>                |
| Losange         | quatre égaux  | opposés égaux | <b>perpendiculaires</b>             |
| Carré           | quatre égaux  | quatre droits | <b>égales et <math>\perp</math></b> |

## Axes et centre

| Figure          | Axes de symétrie          | Centre |
|-----------------|---------------------------|--------|
| Parallélogramme | aucun                     | oui    |
| Rectangle       | 2 (médiatrices des côtés) | oui    |
| Losange         | 2 (ses diagonales)        | oui    |
| Carré           | 4                         | oui    |

## MÉTHODE

# Trouver la nature d'un quadrilatère

- 1 Je vérifie d'abord que c'est un parallélogramme.
- 2 J'ajoute l'information supplémentaire de l'énoncé.
- 3 Angle droit  $\rightarrow$  rectangle ; côtés consécutifs égaux  $\rightarrow$  losange ; les deux  $\rightarrow$  carré.
- 4 Je rédige : « on sait que... or... donc... ».

## APPLICATION 1

# Reconnaître par les diagonales

**Énoncé.** Les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires et ont la même longueur. Quelle est sa nature ?

- ➊ Même milieu  $\Rightarrow$  c'est un parallélogramme.
- ➋ Même longueur  $\Rightarrow$  c'est un rectangle.
- ➌ Perpendiculaires  $\Rightarrow$  c'est aussi un losange : c'est donc un **carré**.

## APPLICATION 2

# Retrouver une diagonale

**Énoncé.** Un losange a une aire de  $84 \text{ cm}^2$  et une diagonale de  $14 \text{ cm}$ .  
Calculer l'autre diagonale.

### CORRECTION

$$\frac{14 \times d}{2} = 84 \implies 7d = 84 \implies d = 12 \text{ cm}$$

### VÉRIFICATION

$$\frac{14 \times 12}{2} = 84 \text{ cm}^2 \checkmark$$

# L'essentiel de la séance

| Pour démontrer que c'est un... | Il suffit de...                                                         |
|--------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| Rectangle                      | parallélogramme + un angle droit (ou diagonales égales)                 |
| Losange                        | parallélogramme + deux côtés consécutifs égaux (ou diagonales $\perp$ ) |
| Carré                          | rectangle + côtés consécutifs égaux (ou losange + angle droit)          |

## AIRES

rectangle  $L \times \ell$  · losange  $\frac{D \times d}{2}$  · carré  $c^2$