

1ÈRE ANNÉE COLLÈGE · SÉANCE 18

Angles formés par deux parallèles et une sécante

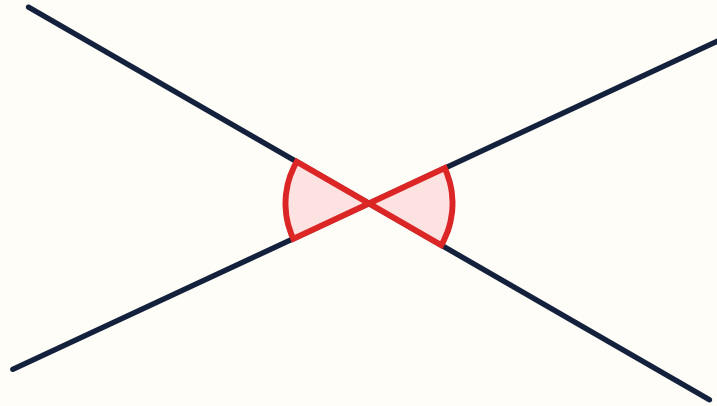
Alternes-internes · Correspondants · Démontrer un parallélisme

Ce que nous allons apprendre

- Rappel : les angles opposés par le sommet
- Le vocabulaire : alternes-internes, correspondants, alternes-externes
- Les propriétés directes : calculer un angle
- Les propriétés réciproques : démontrer un parallélisme
- Une figure complète à huit angles
- Application : la somme des angles d'un triangle

1 · RAPPEL

Angles opposés par le sommet

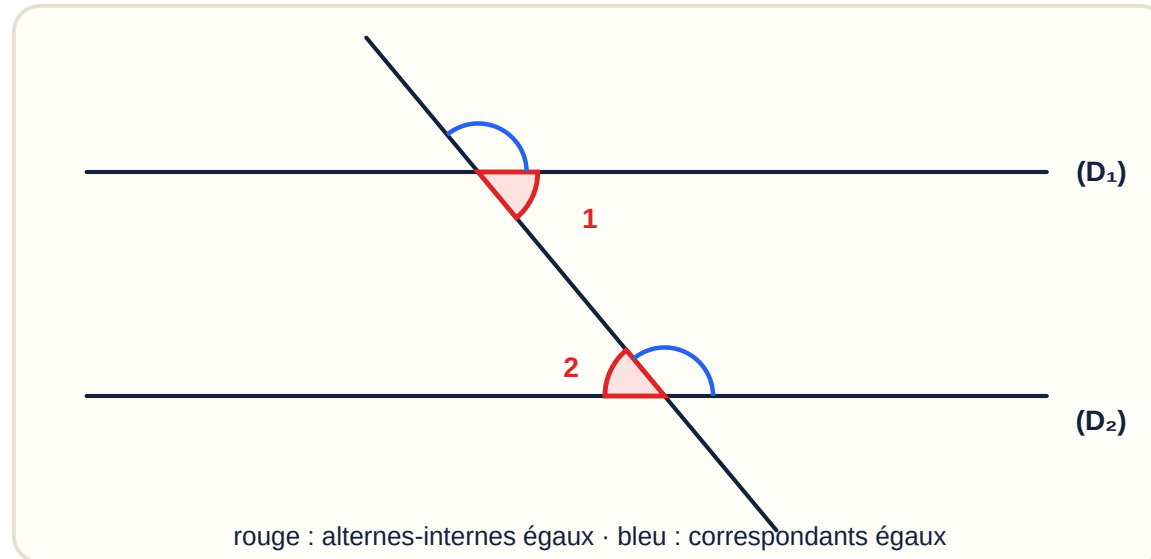


deux angles opposés par le sommet ont la même mesure

PROPRIÉTÉ

Deux angles opposés par le sommet ont **la même mesure**. Si l'un vaut 57° , les deux autres valent 123° .

Trois familles d'angles



REPÈRE VISUEL

Alternes-internes : forme de **Z**. · Correspondants : forme de **F**.

Les définitions exactes

Position des deux angles	Nom
de part et d'autre de la sécante, entre les droites	alternes-internes
du même côté, l'un dedans, l'autre dehors	correspondants
de part et d'autre, à l'extérieur	alternes-externes

Si les droites sont parallèles...

ALORS LES ANGLES SONT ÉGAUX

alternes-internes, correspondants **et** alternes-externes.

Exemple. $(D) \parallel (D')$ coupées par (Δ) , un angle mesure 64° .

- 1 Son alterne-interne mesure 64° .
- 2 Son correspondant mesure 64° .
- 3 Tout angle adjacent mesure $180 - 64 = 116^\circ$.

4 · PROPRIÉTÉS RÉCIPROQUES

Si les angles sont égaux...

ALORS LES DROITES SONT PARALLÈLES

angles alternes-internes égaux $\Rightarrow$ parallèles.
angles correspondants égaux $\Rightarrow$ parallèles.

LE POINT LE PLUS IMPORTANT DU CHAPITRE

La propriété **directe** sert à **calculer** un angle. La **réciroque** sert à **démontrer** un parallélisme. Il faut choisir la bonne.

MÉTHODE

Démontrer que deux droites sont parallèles

- 1 Je repère deux angles alternes-internes (ou correspondants).
- 2 Je montre qu'ils ont la même mesure.
- 3 Je conclus avec la propriété réciproque.

RÉDACTION TYPE

On sait que ces angles sont correspondants et égaux. Or, si deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants égaux, alors elles sont parallèles. Donc $(D) \parallel (D')$.

Huit angles, deux valeurs

À RETENIR

Quand deux parallèles sont coupées par une sécante, les huit angles ne prennent que **deux valeurs** : a et $180 - a$.

un angle de $73^\circ \Rightarrow$ quatre angles de 73° et quatre de 107°

ASTUCE

Les angles « en forme de Z ou de F » sont égaux ; les angles côte à côte sont supplémentaires.

La somme des angles d'un triangle

L'IDÉE

On trace par le sommet A la parallèle au côté (BC) .

- 1 Les angles alternes-internes permettent de « transporter » $\hat{B}$ et $\hat{C}$ en A .
- 2 Les trois angles forment alors un angle plat.
- 3 Donc $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$.

APPLICATION 1

Une équation d'angles

Énoncé. Deux angles alternes-internes mesurent $3x + 10$ et $5x - 20$ degrés. Pour quelle valeur de x les droites sont-elles parallèles ?

- 1 Elles sont parallèles si les deux angles sont égaux : $3x + 10 = 5x - 20$.
- 2 $2x = 30$ donc $x = 15$.
- 3 Chaque angle mesure alors 55° .

APPLICATION 2

Dans un parallélogramme

Énoncé. $ABCD$ est un parallélogramme. Montrer que $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$.

CORRECTION

$(AD) \parallel (BC)$ et (AB) est une sécante.

$\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont deux angles situés du **même côté** de la sécante, **entre** les parallèles.

Or, dans cette position, deux angles sont supplémentaires. Donc

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ.$$

L'essentiel de la séance

Si les droites sont parallèles...	Alors...
alternes-internes	ils sont égaux
correspondants	ils sont égaux
du même côté, entre les droites	ils sont supplémentaires

DANS L'AUTRE SENS

Angles alternes-internes (ou correspondants) **égaux** $\Rightarrow$ les droites sont **parallèles**.