

1ÈRE ANNÉE COLLÈGE · SÉANCE 20

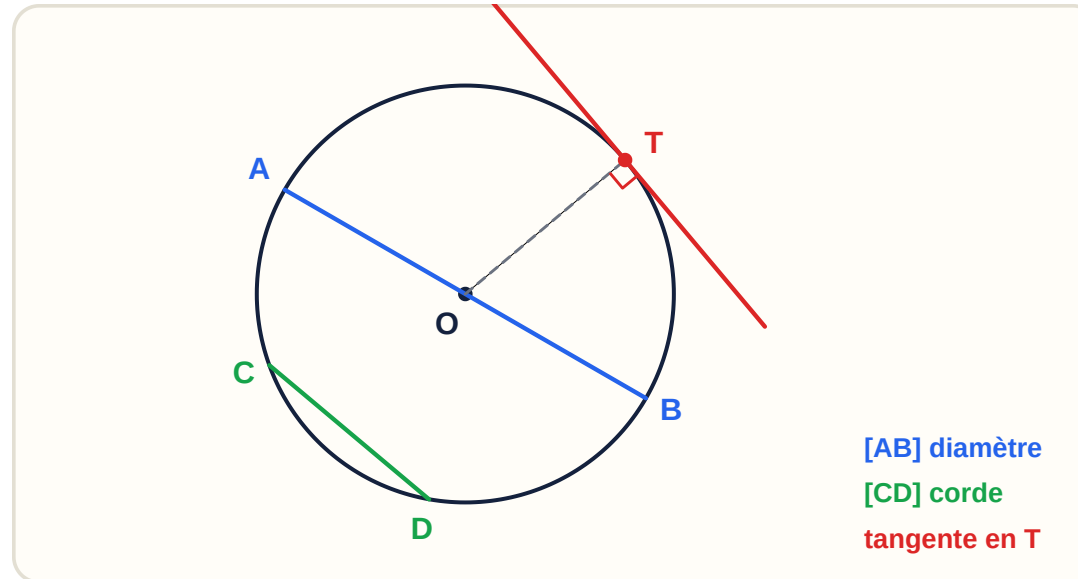
Le cercle

Vocabulaire · Périmètre · Aire · Tangente

Ce que nous allons apprendre

- Rayon, corde, diamètre, arc, disque
- Situer un point par rapport à un cercle
- Périmètre $2\pi r$ et aire πr^2
- Positions d'une droite et d'un cercle
- La tangente et le rayon
- Retrouver le centre avec les médiatrices

Les mots du cercle



DÉFINITION

Le cercle de centre O et de rayon r est l'ensemble des points situés à la distance r de O .

Cinq mots à ne pas confondre

Mot	Définition
Rayon	du centre à un point du cercle, longueur r
Corde	segment joignant deux points du cercle
Diamètre	corde passant par le centre, $D = 2r$
Arc	portion de cercle entre deux points
Disque	le cercle et tout l'intérieur

À NOTER

Le diamètre est la **plus grande** corde du cercle.

2 · POSITION D'UN POINT

Comparer OM et r

$$OM < r$$

M est à l'intérieur

$$OM = r$$

M est **sur** le cercle

$$OM > r$$

M est à l'extérieur

EXEMPLE

Cercle de rayon 5 cm : si $OM = 2$ cm, M est dedans ; si $OM = 8$ cm, M est dehors.

Deux formules à ne pas confondre

FORMULES

$$P = 2\pi r = \pi D \quad \mathcal{A} = \pi r^2$$

Exemple. Cercle de rayon 5 cm.

Périmètre

$$10\pi \approx 31,4 \text{ cm}$$

Aire du disque

$$25\pi \approx 78,5 \text{ cm}^2$$

Valeur exacte : on garde π . Valeur approchée : $\pi \approx 3,14$.

Que se passe-t-il si le rayon double ?

Le périmètre

×2

car $P = 2\pi r$ dépend de r .

L'aire

×4

car $\mathcal{A} = \pi r^2$ dépend de r^2 .

LE RÉFLEXE

Périmètre : r à la puissance 1. Aire : r au **carré**.

Trois positions possibles

d = DISTANCE DU CENTRE À LA DROITE

$d > r$: aucun point commun

$d = r$: la droite est **tangente** (un seul point)

$d < r$: la droite coupe le cercle en **deux** points

PROPRIÉTÉ DE LA TANGENTE

La tangente en A est **perpendiculaire** au rayon $[OA]$.

Retrouver le centre

PROPRIÉTÉ

Le centre appartient à la **médiatrice de toute corde** : en effet
 $OA = OB = r$.

- 1 Je trace deux cordes du cercle.
- 2 Je construis leurs médiatrices.
- 3 Leur point d'intersection est le **centre**.

APPLICATION 1

Le demi-disque

Énoncé. Un demi-disque a un rayon de 8 cm. Longueur de l'arc, périmètre total et aire ?

- 1 Arc : $\frac{2\pi \times 8}{2} = 8\pi \approx 25,1 \text{ cm.}$
- 2 Périmètre total : $8\pi + 16 \approx 41,1 \text{ cm}$ (ne pas oublier le diamètre).
- 3 Aire : $\frac{\pi \times 64}{2} = 32\pi \approx 100,5 \text{ cm}^2.$

APPLICATION 2

Le disque dans le carré

Énoncé. Dans un carré de côté 10 cm, on inscrit le plus grand disque possible. Quelle est l'aire non recouverte ?

- 1 Le diamètre du disque vaut 10 cm, donc $r = 5$ cm.
- 2 Aire du disque : $25\pi \approx 78,5 \text{ cm}^2$.
- 3 Aire restante : $100 - 25\pi \approx 21,5 \text{ cm}^2$.

Trois pièges du chapitre

Erreur	Correction
aire = $2\pi r$	c'est le périmètre ; l'aire est πr^2
utiliser le diamètre comme rayon	$r = \frac{D}{2}$
« rayon doublé $\Rightarrow$ aire doublée »	l'aire est multipliée par 4

L'essentiel de la séance

Ce que je dois savoir	Formule / Propriété
Diamètre	$D = 2r$
Périmètre	$P = 2\pi r$
Aire du disque	$\mathcal{A} = \pi r^2$
Tangente	perpendiculaire au rayon
Médiatrice d'une corde	passe par le centre