

1ÈRE ANNÉE COLLÈGE · SÉANCE 21

La proportionnalité

Coefficient · Produit en croix · Pourcentages · Échelles · Vitesse

Ce que nous allons apprendre

- Reconnaître une situation de proportionnalité
- Trois façons de compléter un tableau
- Le produit en croix
- Pourcentages : prendre, augmenter, diminuer
- Les échelles
- Vitesse, distance et durée

Toujours le même coefficient

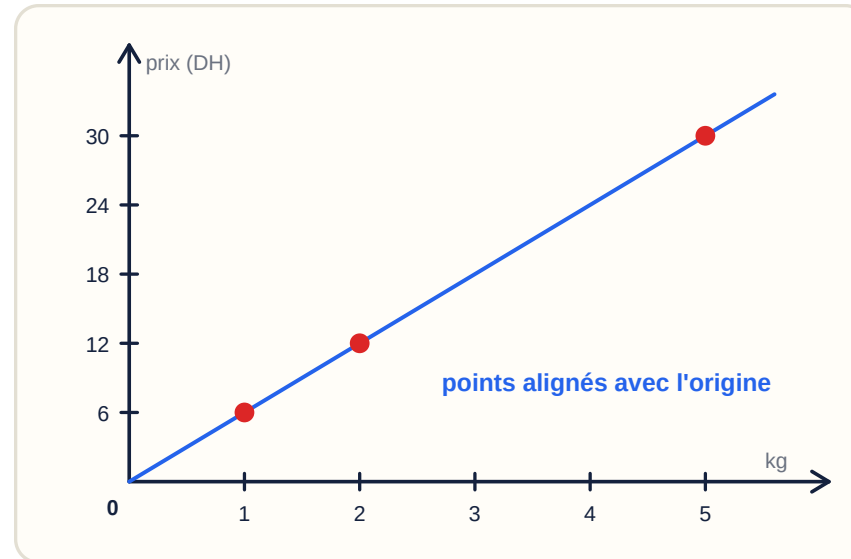
DÉFINITION

Deux grandeurs sont proportionnelles si l'on passe de l'une à l'autre en multipliant **toujours par le même nombre** : le **coefficient**.

Nombre de cahiers	2	5	8
Prix (dh)	14	35	56

$$14 \div 2 = 35 \div 5 = 56 \div 8 = 7 \cdot \text{coefficient} = 7$$

Le test graphique



À RETENIR

Proportionnalité $\iff$ les points sont **alignés sur une droite passant par l'origine**.

Trois méthodes au choix

Le coefficient

12 cahiers : $12 \times 7 = 84$
dh.

La règle de trois

$5 \rightarrow 35$ dh, donc $1 \rightarrow 7$
dh, donc $12 \rightarrow 84$ dh.

Le produit en croix

$\frac{5}{35} = \frac{12}{x}$ donne $5x = 420$
, $x = 84$.

PRODUIT EN CROIX

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \times d = b \times c$$

Prendre t % d'un nombre

LA FORMULE

$$t \% \text{ de } N = \frac{t}{100} \times N$$

$$15 \% \text{ de } 240 = 0,15 \times 240 = 36$$

CALCULER UN POURCENTAGE

$$\frac{\text{partie}}{\text{total}} \times 100 \text{ — sur 25 élèves, 15 filles : } 60 \%$$

Augmenter, diminuer

Augmenter de t %

$$\times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$$
$$200 \times 1,12 = 224 \text{ dh}$$

Diminuer de t %

$$\times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$$
$$200 \times 0,8 = 160 \text{ dh}$$

LE PIÈGE CLASSIQUE

+10 % puis **−10 %** ne ramène **pas** au prix de départ : $400 \rightarrow 440 \rightarrow 396 \text{ dh}$.

Plan et réalité

DÉFINITION

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$$

Les deux longueurs doivent être dans la **même unité**.

$$\text{échelle } \frac{1}{20\,000} : 1 \text{ cm sur la carte} = 200 \text{ m en réalité}$$

DANS LES DEUX SENS

Du plan au réel : je **multiplie**. Du réel au plan : je **divise**.

Trois formules, une seule idée

FORMULES

$$v = \frac{d}{t} \quad d = v \times t \quad t = \frac{d}{v}$$

Exemple. 180 km en 2 h 30 min.

- ❶ Je convertis la durée : 2 h 30 min = 2,5 h.
- ❷ $v = \frac{180}{2,5} = 72 \text{ km/h.}$

MÉTHODE

Résoudre un problème

- 1 Je dresse un petit tableau avec les deux grandeurs.
- 2 Je vérifie (ou j'admets) la proportionnalité.
- 3 Je choisis : coefficient, règle de trois ou produit en croix.
- 4 Je réponds par une **phrase**, avec l'unité.

APPLICATION 1

Retrouver le prix initial

Énoncé. Après une remise de 25 %, un vêtement coûte 180 dh. Quel était son prix initial ?

- ➊ Une remise de 25 % revient à multiplier par 0,75.
- ➋ $0,75 \times P = 180.$
- ➌ $P = \frac{180}{0,75} = 240 \text{ dh.}$

APPLICATION 2

Un partage proportionnel

Énoncé. Partager 900 dh entre trois personnes, proportionnellement à 2, 3 et 4.

CORRECTION

Il y a $2 + 3 + 4 = 9$ parts.

Une part vaut $900 \div 9 = 100$ dh.

Les trois reçoivent **200 dh, 300 dh et 400 dh.**

VÉRIFICATION

$200 + 300 + 400 = 900$ dh ✓

L'essentiel de la séance

Outil	Formule
Coefficient	$y = k \times x$
Produit en croix	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$
$t\%$ de N	$\frac{t}{100} \times N$
Échelle	$\frac{\text{plan}}{\text{réel}}$, même unité
Vitesse	$v = \frac{d}{t}$