

2ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 4

# Les puissances

---

Exposants relatifs · Règles · Écriture scientifique

# Ce que nous allons apprendre

---

- Définition et exposants 0, 1 et négatifs
- Le signe d'une puissance
- Les cinq règles de calcul
- Les puissances de 10
- L'écriture scientifique
- L'ordre de grandeur

## 1 · DÉFINITION

# Les exposants particuliers

### DÉFINITION

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1 \text{ (si } a \neq 0 \text{)}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$5^3 = 125 \cdot 2^{-4} = \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$$

## Pair ou impair ?

| Base     | Exposant         | Signe |
|----------|------------------|-------|
| positive | n'importe lequel | +     |
| négative | <b>pair</b>      | +     |
| négative | <b>impair</b>    | −     |

### LE PIÈGE DES PARENTHÈSES

$(-5)^2 = 25$  mais  $-5^2 = -25$ .

## Cinq formules

| Règle                  | Écriture                                       |
|------------------------|------------------------------------------------|
| Produit                | $a^m \times a^n = a^{m+n}$                     |
| Quotient               | $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$                    |
| Puissance de puissance | $(a^m)^n = a^{m \times n}$                     |
| Produit de bases       | $(ab)^n = a^n b^n$                             |
| Quotient de bases      | $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ |

### CONDITION

Les trois premières ne marchent qu'avec la **même base**, et elles valent aussi pour les exposants **négatifs**.

## Avec des exposants négatifs

### TROIS EXEMPLES

$$3^5 \times 3^{-2} = 3^3 = 27$$

$$\frac{7^4}{7^6} = 7^{-2} = \frac{1}{49} \quad (2^3)^{-2} = 2^{-6} = \frac{1}{64}$$

### ASTUCE

Quand les exposants sont égaux :  $25^3 \times 4^3 = (25 \times 4)^3 = 100^3 = 10^6$ .

## Compter les zéros

### Exposant positif

$$10^5 = 100\,000$$

un 1 suivi de  $n$  zéros

### Exposant négatif

$$10^{-4} = 0,0001$$

$n$  chiffres après la virgule

### DÉPLACER LA VIRGULE

$\times 10^n$  : la virgule va de  $n$  rangs vers la **droite**.  $\times 10^{-n}$  : vers la **gauche**.

## La forme $a \times 10^n$

### DÉFINITION

$a \times 10^n$  avec  $1 \leq |a| < 10$  et  $n$  entier relatif.

- 1 Je place la virgule après le premier chiffre non nul.
- 2 Je compte les rangs parcourus par la virgule.
- 3 Vers la gauche  $\Rightarrow n > 0$  ; vers la droite  $\Rightarrow n < 0$ .

$$375\,000 = 3,75 \times 10^5 \quad ; \quad 0,000\,42 = 4,2 \times 10^{-4}$$

## Multiplier deux écritures

### LA MÉTHODE

$$(a \times 10^m) \times (b \times 10^n) = (a \times b) \times 10^{m+n}$$

puis on réajuste pour revenir à  $1 \leq |a| < 10$ .

**Exemple.**  $(2,5 \times 10^7) \times (4 \times 10^{-12})$ .

**1**  $2,5 \times 4 = 10$  et  $10^{7-12} = 10^{-5}$ .

**2**  $10 \times 10^{-5} = 1 \times 10^{-4}$ .

# Comparer très vite

## DÉFINITION

C'est la puissance de 10 la plus proche du nombre.

$$7,8 \times 10^6$$

ordre de grandeur :  $10^7$

$$2,1 \times 10^6$$

ordre de grandeur :  $10^6$

## À QUOI ÇA SERT

À comparer rapidement deux très grands (ou très petits) nombres sans tout calculer.

## APPLICATION 1

# Simplifier une expression

**Énoncé.** Écrire  $A = \frac{2^7 \times 2^{-3}}{2^{-2}}$  sous la forme d'une seule puissance.

1 Numérateur :  $2^7 \times 2^{-3} = 2^4$ .

2  $A = \frac{2^4}{2^{-2}} = 2^{4-(-2)} = 2^6$ .

3  $A = 64$ .

## APPLICATION 2

# Les bactéries

**Énoncé.** Une bactérie se divise en deux toutes les 20 minutes. Combien y en a-t-il après 5 heures ?

- 1 5 heures = 15 divisions de 20 minutes.
- 2 Nombre de bactéries :  $2^{15} = 32\,768$ .
- 3 Soit  $\approx 3,3 \times 10^4$  : ordre de grandeur  $10^4$ .

# L'essentiel de la leçon

| Règle                  | Écriture                                     |
|------------------------|----------------------------------------------|
| Exposants particuliers | $a^1 = a ; a^0 = 1 ; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ |
| Produit / Quotient     | $a^{m+n} \cdot a^{m-n}$                      |
| Puissance de puissance | $(a^m)^n = a^{mn}$                           |
| Écriture scientifique  | $a \times 10^n, 1 \leq  a  < 10$             |
| Ordre de grandeur      | la puissance de 10 la plus proche            |