

2ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 5

# Calcul littéral et identités remarquables

---

Développer · Factoriser · Équations produit

# Ce que nous allons apprendre

---

- Développer et réduire
- Les trois identités remarquables
- Le calcul mental astucieux
- Factoriser par le facteur commun
- Factoriser avec une identité
- Résoudre une équation produit

# Produit → somme

## LES DEUX DISTRIBUTIVITÉS

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

### Facteur négatif

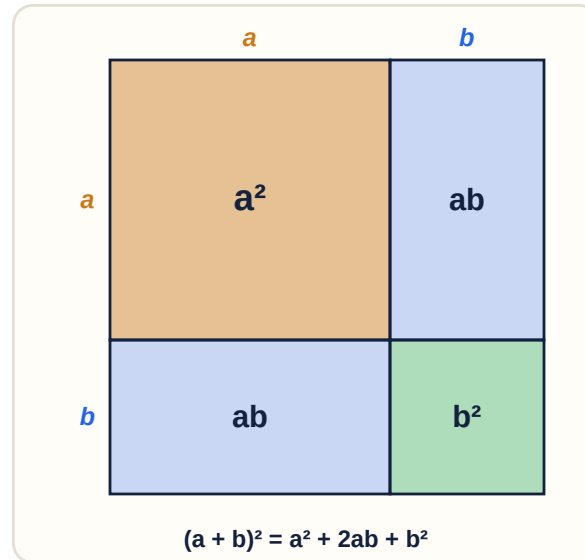
$$-3(2x - 5) = -6x + 15$$

### Double distributivité

$$(x + 2)(x - 7) = x^2 - 5x - 14$$

## 2 · IDENTITÉS

# Les voir avec des aires



### LE CARRÉ D'UNE SOMME

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

## Les trois formules

### À CONNAÎTRE PAR CŒUR

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

### L'ERREUR LA PLUS FRÉQUENTE

$(a + b)^2 = a^2 + b^2$  ✗ · le **double produit**  $2ab$  ne s'oublie jamais.

# Quatre exemples

### Carrés

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$
$$(2x - 5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$$

### Différence de carrés

$$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$$
$$(3x + 2)(3x - 2) = 9x^2 - 4$$

### REPÈRE

Dans  $(a - b)^2$ , seul le **double produit** change de signe : les deux carrés restent positifs.

## Les identités au service du calcul

### TROIS EXEMPLES

$$101^2 = (100 + 1)^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$$

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 9\,801$$

$$102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = 9\,996$$

### LE RÉFLEXE

Je cherche un nombre rond proche (100, 50, 1 000) et j'écris l'autre comme « rond  $\pm$  petit ».

# Le facteur commun d'abord

## LA RÈGLE

$$ka + kb = k(a + b)$$

### Numérique

$$12x^2 - 18x = 6x(2x - 3)$$

### Littéral

$$x^2 + 4x = x(x + 4)$$

### Parenthèse

$$\begin{aligned}(x + 1)(2x - 3) + 5(x + 1) \\ = (x + 1)(2x + 2)\end{aligned}$$

## Reconnaître la bonne identité

- 1 Deux termes, un  $-$ , tous deux des carrés  $\Rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ .
- 2 Trois termes, deux carrés et un double produit  $\Rightarrow (a \pm b)^2$ .
- 3 Sinon, je cherche d'abord un **facteur commun**.

### EXEMPLES

$$x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5) \quad \cdot \quad x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2 \quad \cdot$$
$$9x^2 - 1 = (3x + 1)(3x - 1)$$

## Un produit nul

### PROPRIÉTÉ

$$A \times B = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0$$

**Exemple.** Résoudre  $(x - 3)(2x + 5) = 0$ .

- ❶  $x - 3 = 0$  donne  $x = 3$ .
- ❷  $2x + 5 = 0$  donne  $x = -\frac{5}{2}$ .
- ❸ Deux solutions : 3 et  $-\frac{5}{2}$ .

## APPLICATION 1

# Factoriser en deux étapes

**Énoncé.** Factoriser  $D = 4x^2 - 25 + (2x - 5)(x + 1)$ .

- ➊  $4x^2 - 25 = (2x - 5)(2x + 5)$  (différence de carrés).
- ➋ Facteur commun  $(2x - 5)$  :  $D = (2x - 5)[(2x + 5) + (x + 1)]$ .
- ➌  $D = (2x - 5)(3x + 6) = 3(2x - 5)(x + 2)$ .

## APPLICATION 2

# Deux formes, un même nombre

**Énoncé.**  $E = (x + 5)^2 - (x + 5)(2x - 1)$ . Développer, factoriser, puis calculer pour  $x = 3$ .

- 1 Développée :  $E = -x^2 + x + 30$ .
- 2 Factorisée :  $E = (x + 5)(6 - x)$ .
- 3 Pour  $x = 3$  :  $8 \times 3 = 24$ , et  $-9 + 3 + 30 = 24$  ✓

# L'essentiel de la leçon

| Identité               | Développée        | Factorisée         |
|------------------------|-------------------|--------------------|
| Carré d'une somme      | $a^2 + 2ab + b^2$ | $(a + b)^2$        |
| Carré d'une différence | $a^2 - 2ab + b^2$ | $(a - b)^2$        |
| Différence de carrés   | $a^2 - b^2$       | $(a + b)(a - b)$   |
| Facteur commun         | $ka + kb$         | $k(a + b)$         |
| Équation produit       | $AB = 0$          | $A = 0$ ou $B = 0$ |