

2ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 6

La symétrie axiale

Médiatrice · Conservation · Axes de symétrie

Ce que nous allons apprendre

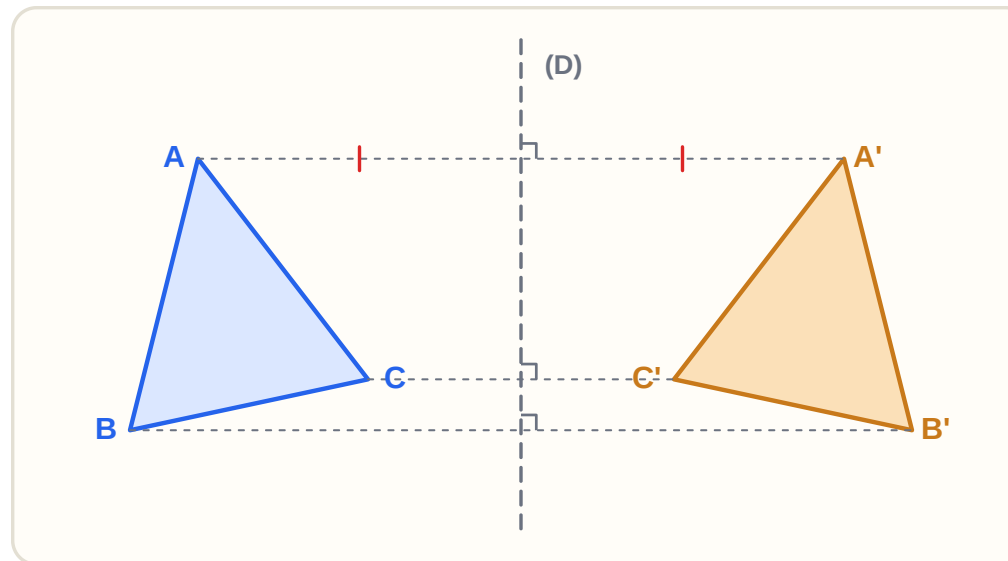
- Le symétrique d'un point par rapport à une droite
- Construire l'image d'une figure
- Ce que la symétrie conserve
- Les axes de symétrie des figures usuelles
- Médiatrice et bissectrice comme axes
- Le problème du chemin le plus court

1 · DÉFINITION

L'axe est la médiatrice

DÉFINITION

M' est le symétrique de M par rapport à (Δ) lorsque (Δ) est la **médiatrice** de $[MM']$.



1 · DÉFINITION

Construire le symétrique

- 1 Je trace la perpendiculaire à (Δ) passant par M ; elle coupe (Δ) en H .
- 2 Je reporte la longueur MH de l'autre côté.
- 3 J'obtiens M' avec $HM' = HM$.

CAS PARTICULIER

Si M est **sur** l'axe, alors $M' = M$.

Un pliage le long de l'axe

MÉTHODE

Je construis le symétrique de chaque **point caractéristique** (sommets, centre, extrémités), puis je relie dans le même ordre.

L'IMAGE MENTALE

Si on plie la feuille le long de l'axe, la figure et son image se **superposent** exactement.

La symétrie axiale **inverse le sens** de la figure, comme un miroir — contrairement à la symétrie centrale, qui est un demi-tour.

Tout est conservé

LA SYMÉTRIE AXIALE CONSERVE

les **longueurs**, les **angles**, les **aires** et périmètres, l'**alignement**, les **milieux** et le **parallélisme**.

Figure	Son image
un segment	un segment de même longueur
un cercle de rayon r	un cercle de rayon r
un angle	un angle de même mesure

Quand la figure est sa propre image

Figure	Nombre d'axes
angle	1 : sa bissectrice
cercle	une infinité
triangle isocèle	1
triangle équilatéral	3
rectangle · losange	2
carré	4
parallélogramme quelconque	aucun

Médiatrice et bissectrice

MÉDIATRICE DE $[AB]$

C'est l'axe de symétrie du segment : tout point M de la médiatrice vérifie $MA = MB$.

BISSECTRICE D'UN ANGLE

C'est l'axe de symétrie de l'angle : tout point est à égale distance des deux côtés.

APPLICATION 1

Le triangle isocèle

Énoncé. ABC est isocèle en A et (Δ) est la médiatrice de $[BC]$. Montrer que (Δ) est un axe de symétrie du triangle.

- 1 $AB = AC$, donc A appartient à la médiatrice de $[BC]$: son symétrique est A .
- 2 Le symétrique de B est C , et celui de C est B .
- 3 Le triangle est sa propre image : (Δ) est bien un axe de symétrie.

APPLICATION 2

Le chemin le plus court

Énoncé. Deux villages A et B sont du même côté d'une route. Où placer l'arrêt P sur la route pour que $AP + PB$ soit minimal ?

- 1 Je construis A' , symétrique de A par rapport à la route.
- 2 Par symétrie, $AP = A'P$, donc $AP + PB = A'P + PB$.
- 3 C'est minimal quand A' , P et B sont **alignés** : P est l'intersection de $[A'B]$ et de la route.

Trois pièges du chapitre

Erreur	Correction
l'axe passe « à peu près » au milieu	c'est la médiatrice : perpendiculaire et par le milieu
confondre axiale et centrale	miroir $\neq$ demi-tour
« tout parallélogramme a un axe »	faux : seuls rectangle, losange et carré

L'essentiel de la leçon

Ce que je dois savoir	En une phrase
Définition	(Δ) est la médiatrice de $[MM']$
Points de l'axe	leurs propres symétriques
Conservation	longueurs, angles, aires, milieux
Axe de symétrie	la figure est sa propre image
Carré / losange / rectangle	$4 \cdot 2 \cdot 2$ axes