

2ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 10

Le théorème de Pythagore

Calculer une longueur · Démontrer un angle droit

Ce que nous allons apprendre

- L'énoncé du théorème
- Calculer l'hypoténuse
- Calculer un côté de l'angle droit
- La réciproque : démontrer un angle droit
- Les triplets à reconnaître
- Valeurs exactes et valeurs approchées

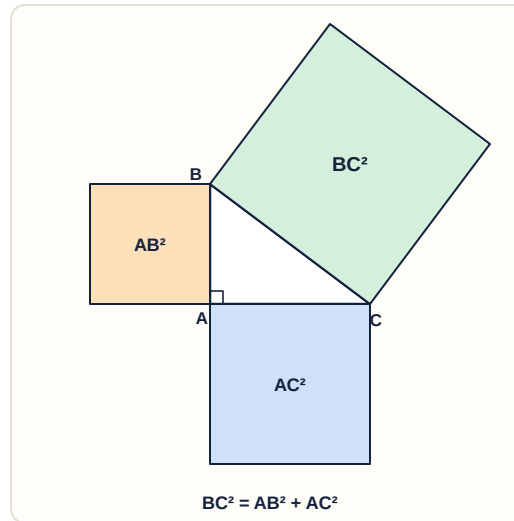
1 · LE THÉORÈME

Le carré de l'hypoténuse

THÉORÈME

Si ABC est rectangle en A , alors

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



2 · CHERCHER L'HYPOTÉNUSE

On additionne

- 1 Je repère l'angle droit et je nomme l'hypoténuse.
- 2 J'écris $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
- 3 Je remplace, je calcule, puis je prends la racine carrée.

EXEMPLE

$AB = 6, AC = 8 : BC^2 = 36 + 64 = 100$, donc $BC = 10$ cm.

On soustrait

LA FORMULE

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

Exemple. $BC = 13$ cm et $AC = 5$ cm.

- 1 $AB^2 = 169 - 25 = 144.$
- 2 $AB = 12$ cm.

LE RÉFLEXE

Hypoténuse → j'**additionne**. Autre côté → je **soustrais**.

Démontrer un angle droit

RÉCIPROQUE

Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ABC est **rectangle en A**.

- 1 Je repère le **plus grand côté**.
- 2 Je calcule son carré d'un côté, la somme des deux autres carrés de l'autre.
- 3 Égalité $\Rightarrow$ rectangle ; sinon, pas rectangle.

4 · LA RÉCIPROQUE

Deux exemples

9 ; 12 ; 15

$$15^2 = 225$$

$$81 + 144 = 225$$

rectangle ✓

5 ; 6 ; 8

$$8^2 = 64$$

$$25 + 36 = 61$$

pas rectangle ✗

RÉDACTION

« Il y a égalité, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle. »

À reconnaître d'un coup d'œil

(3 ; 4 ; 5)
et (6 ; 8 ; 10)

(5 ; 12 ; 13)
et (9 ; 12 ; 15)

(8 ; 15 ; 17)
et (7 ; 24 ; 25)

VALEUR EXACTE, VALEUR APPROCHÉE

$BC^2 = 13$ donne $BC = \sqrt{13} \approx 3,6$ cm : on écrit d'abord la valeur exacte.

APPLICATION 1

L'échelle contre le mur

Énoncé. Une échelle de 5 m est appuyée contre un mur, son pied à 1,4 m du mur. À quelle hauteur touche-t-elle ?

- 1 Le mur, le sol et l'échelle forment un triangle rectangle.
- 2 $h^2 = 5^2 - 1,4^2 = 25 - 1,96 = 23,04.$
- 3 $h = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ m}.$

APPLICATION 2

La hauteur d'un triangle isocèle

Énoncé. ABC isocèle en A , $BC = 16$ cm et $AB = AC = 10$ cm. Calculer la hauteur et l'aire.

- ➊ La hauteur issue de A coupe $[BC]$ en son milieu H : $BH = 8$ cm.
- ➋ $AH^2 = 100 - 64 = 36$, donc $AH = 6$ cm.
- ➌ $\mathcal{A} = \frac{16 \times 6}{2} = 48 \text{ cm}^2$.

Trois pièges du chapitre

Erreur	Correction
additionner pour trouver un côté de l'angle droit	il faut soustraire
$BC^2 = 100 \Rightarrow BC = 100$	$BC = \sqrt{100} = 10$
appliquer le théorème sans angle droit	il ne vaut que pour un triangle rectangle

L'essentiel de la leçon

Situation	Ce que j'écris
Rectangle en A	$BC^2 = AB^2 + AC^2$
Chercher l'hypoténuse	j'additionne les carrés
Chercher un autre côté	je soustrais les carrés
Prouver un angle droit	je compare BC^2 et $AB^2 + AC^2$