

2ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 11

La projection orthogonale

Projeté · Distance point-droite · Conservation

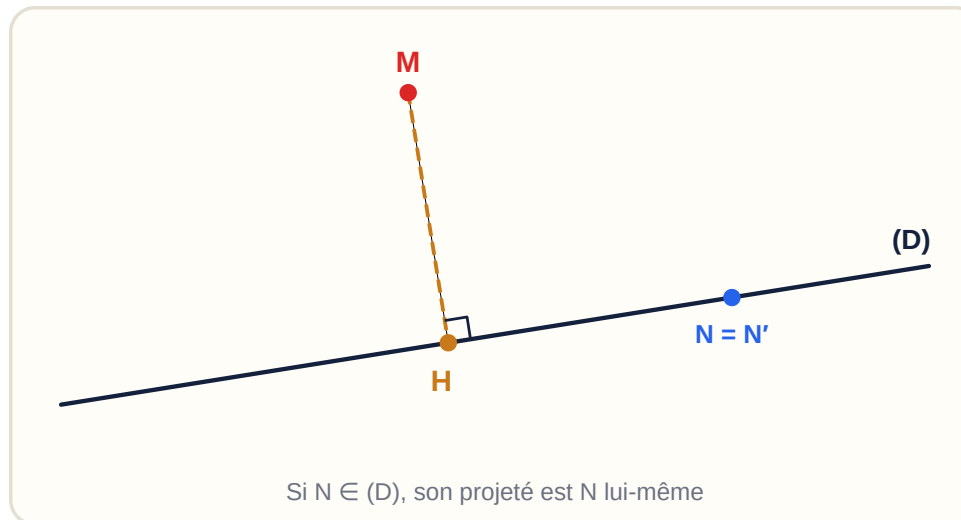
Ce que nous allons apprendre

- Le projeté orthogonal d'un point
- La distance d'un point à une droite
- Le projeté d'un segment selon sa position
- Ce que la projection conserve
- Projection et hauteur d'un triangle
- Calculs avec le théorème de Pythagore

Le pied de la perpendiculaire

DÉFINITION

Le projeté orthogonal de M sur (D) est le point H où la **perpendiculaire** à (D) passant par M coupe (D) .



Le plus court chemin

PROPRIÉTÉ

MH est la **distance de M à la droite (D)** . Pour tout autre point P de (D) :
 $MH < MP$.

POURQUOI ?

Le triangle MHP est rectangle en H , donc $[MP]$ en est l'hypoténuse : c'est le plus grand côté.

Si M appartient déjà à (D) , son projeté est M lui-même.

Trois situations

Position de (AB)	Son projeté sur (D)
parallèle à (D)	un segment de même longueur
perpendiculaire à (D)	un point
quelconque	un segment plus court : $A'B' < AB$

Ce qui se garde, ce qui se perd

Conservé

l'**alignement** et le **milieu** : si I est le milieu de $[AB]$, alors I' est le milieu de $[A'B']$.

Non conservé

les **longueurs** (sauf cas parallèle) et les **angles**.

CONSÉQUENCE UTILE

Trois parallèles qui découpent des segments égaux sur une sécante en découpent aussi d'égaux sur toute autre sécante.

Projeté et hauteur

À RETENIR

Dans un triangle ABC , le projeté orthogonal de A sur (BC) est le **pied de la hauteur** issue de A .

$$\mathcal{A} = \frac{BC \times AH}{2}$$

CAS ISOCÈLE

Si ABC est isocèle en A , le projeté de A est le **milieu** de $[BC]$.

MÉTHODE

Construire et rédiger

- 1 Je trace la perpendiculaire à (D) passant par le point.
- 2 Je marque le point d'intersection : c'est le projeté.
- 3 Je code l'angle droit sur la figure.

RÉDACTION TYPE

On sait que H est le projeté orthogonal de M sur (D) . Or la distance d'un point à une droite est la longueur du segment perpendiculaire. Donc $MH < MP$ pour tout autre point P de (D) .

APPLICATION 1

Calculer une distance

Énoncé. M est à 5 cm de (D) , de projeté H , et P est un point de (D) avec $HP = 12$ cm. Calculer MP .

- 1 Le triangle MHP est rectangle en H .
- 2 $MP^2 = 25 + 144 = 169$.
- 3 $MP = 13$ cm.

APPLICATION 2

La hauteur d'un triangle rectangle

Énoncé. ABC rectangle en A , $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. H est le projeté de A sur (BC) . Calculer AH .

❶ $BC^2 = 36 + 64 = 100$, donc $BC = 10$ cm.

❷ $\mathcal{A} = \frac{6 \times 8}{2} = 24 \text{ cm}^2 = \frac{10 \times AH}{2}$.

❸ $AH = 4,8$ cm.

Trois pièges du chapitre

Erreur	Correction
oublier l'angle droit	le projeté est le pied de la perpendiculaire
« la projection conserve les longueurs »	seulement si le segment est parallèle à la droite
placer le projeté au hasard sur la droite	il faut tracer la perpendiculaire

L'essentiel de la leçon

Ce que je dois savoir	En une phrase
Projeté orthogonal	pied de la perpendiculaire
Distance point-droite	MH , le plus court chemin
Segment parallèle à (D)	projeté de même longueur
Segment perpendiculaire	projeté réduit à un point
Conservation	alignement et milieu