

2ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 13

Ordre et opérations

Comparer · Encadrer · Résoudre une inéquation

Ce que nous allons apprendre

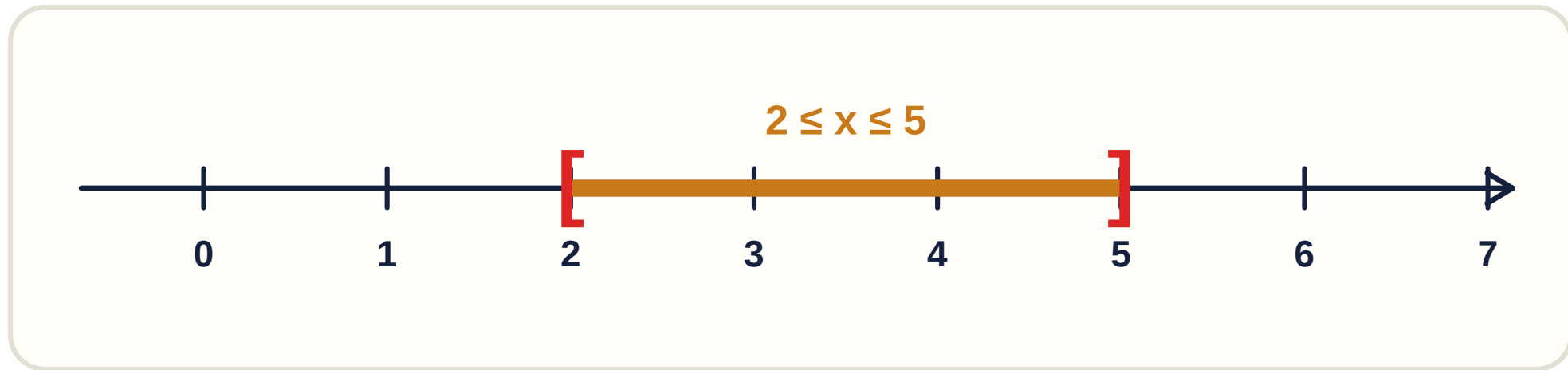
- Comparer avec le signe de la différence
- Ordre et addition
- Ordre et multiplication : le piège du négatif
- Encadrer une somme, un produit
- Résoudre une inéquation
- Représenter les solutions

1 · COMPARER

Le signe de la différence

LA RÈGLE

$a < b$ équivaut à $a - b < 0$.



Sur la droite graduée, $a < b$ signifie que a est à **gauche** de b .

Un exemple avec des fractions

Comparer $\frac{4}{7}$ et $\frac{5}{9}$.

1 Je calcule la différence : $\frac{4}{7} - \frac{5}{9} = \frac{36 - 35}{63}$.

2 $= \frac{1}{63} > 0$.

3 Donc $\frac{4}{7} > \frac{5}{9}$.

Le sens est conservé

PROPRIÉTÉ

si $a < b$ alors $a + c < b + c$

quel que soit le nombre c , positif ou négatif.

$$3 < 7 \Rightarrow 3 - 5 < 7 - 5, \text{ soit } -2 < 2$$

Attention au signe !

PAR UN POSITIF : SENS CONSERVÉ

$$a < b \text{ et } c > 0 \implies ac < bc$$

PAR UN NÉGATIF : SENS INVERSÉ

$$a < b \text{ et } c < 0 \implies ac > bc$$

$$2 < 5 \cdot 6 < 15 \text{ mais } -6 > -15$$

Additionner membre à membre

LA RÈGLE

$$a < x < b \text{ et } c < y < d \implies a + c < x + y < b + d$$

Exemple. $3 < x < 5$ et $1 < y < 2$.

$$x + y$$

$$4 < x + y < 7$$

$$2x$$

$$6 < 2x < 10$$

4 · ENCADREMENTS

Le cas de $-x$

LA RÈGLE

Multiplier un encadrement par -1 **inverse l'ordre** : les bornes changent de place **et** de signe.

$$3 < x < 5 \implies -5 < -x < -3$$

UN EXEMPLE COMPLET

Si $2 < x < 7$: $4 < 2x < 14$, donc $-14 < -2x < -4$, et enfin $-9 < 5 - 2x < 1$.

Comme une équation, avec une précaution

DEUX EXEMPLES

$$3x + 4 < 19 \implies 3x < 15 \implies x < 5$$

$$-2x + 1 \leq 9 \implies -2x \leq 8 \implies x \geq -4$$

LA PRÉCAUTION

Diviser par un nombre **négatif** inverse le sens de l'inégalité.

Sur une droite graduée

$$x < 5$$

demi-droite vers la gauche, crochet **ouvert** en 5.

$$x \leq 5$$

même demi-droite, crochet **fermé** en 5.

À RETENIR

Une inéquation a en général une **infinité** de solutions : on les décrit, on ne les liste pas.

APPLICATION

Le budget du taxi

Énoncé. Un taxi facture 15 dh de prise en charge plus 7 dh par kilomètre. Un client a 100 dh.

- ➊ Inéquation : $15 + 7k \leq 100$.
- ➋ $7k \leq 85$ donc $k \leq 12,14$.
- ➌ Il peut parcourir au plus 12 **km** entiers.

L'essentiel de la leçon

Opération sur $a < b$	Résultat
Ajouter c	$a + c < b + c$ — sens conservé
Multiplier par $c > 0$	$ac < bc$ — sens conservé
Multiplier par $c < 0$	$ac > bc$ — sens inversé
Comparer	signe de $a - b$