

2ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 14

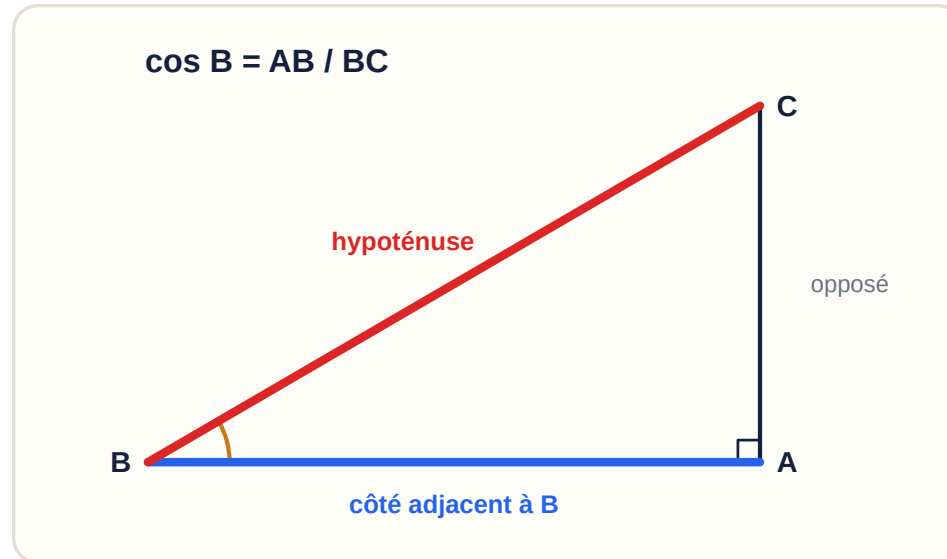
Cosinus d'un angle aigu

Adjacent · Hypoténuse · Calculer une longueur, un angle

Ce que nous allons apprendre

- Le vocabulaire : adjacent, opposé, hypoténuse
- La définition du cosinus
- Calculer une longueur
- Calculer un angle avec $\cos^{-1}$
- Les valeurs remarquables
- Combiner cosinus et Pythagore

Trois côtés, trois noms



PAR RAPPORT À UN ANGLE AIGU

L'**hypoténuse** est opposée à l'angle droit ; le côté **adjacent** forme l'angle avec elle ; le côté **opposé** est en face.

2 · DÉFINITION

Adjacent sur hypoténuse

DÉFINITION

$$\cos(\hat{B}) = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\text{Dans } ABC \text{ rectangle en } A : \cos(\hat{B}) = \frac{AB}{BC}$$

DEUX REMARQUES

Le cosinus ne dépend **que de l'angle**, pas de la taille du triangle. Et comme l'hypoténuse est le plus grand côté : $0 < \cos < 1$.

Deux situations

Chercher l'adjacent

$$\begin{aligned}\text{adjacent} &= \text{hypoténuse} \times \cos \\ AB &= 10 \times \cos(40^\circ) \approx 7,66\end{aligned}$$

Chercher l'hypoténuse

$$\begin{aligned}\text{hypoténuse} &= \frac{\text{adjacent}}{\cos} \\ BC &= \frac{6}{\cos(40^\circ)} \approx 7,83\end{aligned}$$

MÉTHODE

J'écris d'abord $\cos(\text{angle}) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, puis je remplace et je résous.

4 · CALCULER UN ANGLE

La touche $\cos^{-1}$

Exemple. $AB = 5$ cm et $BC = 8$ cm, rectangle en A .

① $\cos(\hat{B}) = \frac{5}{8} = 0,625.$

② $\hat{B} = \cos^{-1}(0,625).$

③ $\hat{B} \approx 51,3^\circ.$

IMPORTANT

La calculatrice doit être en mode **degrés** (DEG).

5 · VALEURS REMARQUABLES

À connaître par cœur

Angle	0°	30°	45°	60°	90°
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

SENS DE VARIATION

Plus l'angle **augmente**, plus son cosinus **diminue** : $\cos(25^\circ) > \cos(70^\circ)$.

Les deux outils ensemble

Énoncé. ABC rectangle en A , $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm.

- 1 Pythagore : $BC^2 = 25 + 144 = 169$ donc $BC = 13$ cm.
- 2 $\cos(\hat{B}) = \frac{5}{13} \approx 0,385$ donc $\hat{B} \approx 67,4^\circ$.
- 3 $\hat{C} = 90 - 67,4 = 22,6^\circ$.

APPLICATION 1

L'échelle inclinée

Énoncé. Une échelle de 4 m forme un angle de 65° avec le sol. À quelle distance du mur est son pied ?

- ➊ L'échelle est l'hypoténuse, la distance au sol est le côté adjacent à l'angle de 65° .
- ➋ $d = 4 \times \cos(65^\circ)$.
- ➌ $d \approx 1,7$ m.

APPLICATION 2

Un triangle isocèle

Énoncé. ABC isocèle en A , $BC = 12$ cm, $AB = AC = 10$ cm. Calculer $\hat{B}$ puis $\hat{A}$.

- 1 H milieu de $[BC]$: le triangle ABH est rectangle en H , avec $BH = 6$ cm.
- 2 $\cos(\hat{B}) = \frac{6}{10} = 0,6$ donc $\hat{B} \approx 53,1^\circ$.
- 3 $\hat{C} = \hat{B}$, donc $\hat{A} \approx 180 - 106,2 = 73,8^\circ$.

Trois pièges du chapitre

Erreur	Correction
utiliser le côté opposé	le cosinus utilise l' adjacent
calculatrice en radians	il faut le mode DEG
trouver $\cos = 1,4$	impossible : $0 < \cos < 1$

L'essentiel de la leçon

Je cherche...	Je calcule...
le cosinus	$\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$
le côté adjacent	$\text{hypoténuse} \times \cos$
l'hypoténuse	$\frac{\text{adjacent}}{\cos}$
l'angle	$\cos^{-1} \left(\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} \right)$