

2ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 15

Vecteurs et translation

Direction, sens, longueur · Vecteurs égaux · Coordonnées

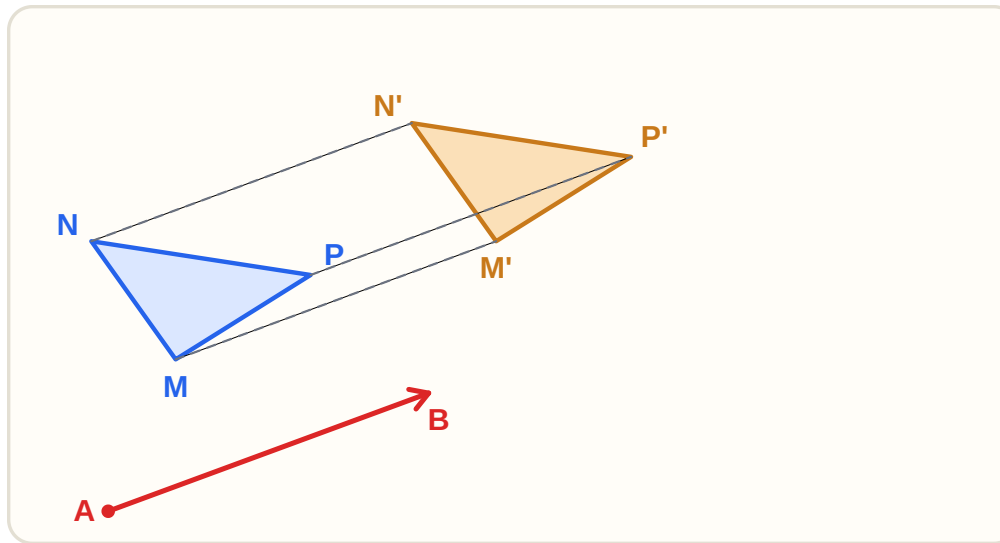
Ce que nous allons apprendre

- La translation comme glissement
- Le vecteur : direction, sens, longueur
- Vecteurs égaux et parallélogramme
- Ce que la translation conserve
- Coordonnées d'un vecteur
- Image d'un point dans un repère

Un glissement du plan

DÉFINITION

La translation qui transforme A en B déplace chaque point dans la **même direction**, le **même sens** et de la **même longueur**.



L'image d'un point

CARACTÉRISATION

M' est l'image de M lorsque $ABM'M$ est un **parallélogramme**, c'est-à-dire lorsque $[AM']$ et $[BM]$ ont le **même milieu**.

on écrit $\vec{MM'} = \vec{AB}$

Trois éléments

Direction

celle de la droite (AB)

Sens

de A vers B

Longueur

la distance AB

DEUX VECTEURS PARTICULIERS

Le **vecteur nul** $\vec{AA}$ ne déplace rien. Le vecteur **opposé** de $\vec{AB}$ est $\vec{BA}$: même direction, même longueur, **sens contraire**.

Le critère du parallélogramme

PROPRIÉTÉ

$$\vec{AB} = \vec{CD} \iff ABDC \text{ est un parallélogramme}$$

c'est-à-dire $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu.

AUTREMENT DIT

Deux vecteurs sont égaux quand ils ont la même direction, le même sens **et** la même longueur.

La translation conserve tout

Figure	Son image
un segment	un segment de même longueur, parallèle
une droite	une droite parallèle
un cercle de rayon r	un cercle de rayon r
un triangle	un triangle superposable

DIFFÉRENCE AVEC LA SYMÉTRIE

La translation **ne retourne pas** la figure : elle la fait seulement glisser.

Arrivée moins départ

COORDONNÉES D'UN VECTEUR

$$\vec{AB} (x_B - x_A ; y_B - y_A)$$

IMAGE D'UN POINT

Par la translation de vecteur $\vec{u} (a ; b)$, l'image de $M(x ; y)$ est $M'(x + a ; y + b)$.

$$A(1 ; 2), B(4 ; 6) \Rightarrow \vec{AB} (3 ; 4)$$

APPLICATION 1

Construire un parallélogramme

Énoncé. $A(1; 2)$, $B(5; 4)$, $C(-2; 3)$. Trouver D , image de C par la translation de vecteur $\vec{AB}$.

- 1 $\vec{AB}(4; 2)$.
- 2 $D(-2 + 4; 3 + 2) = D(2; 5)$.
- 3 Comme $\vec{AB} = \vec{CD}$, le quadrilatère $ABDC$ est un **parallélogramme**.

APPLICATION 2

Retrouver le vecteur

Énoncé. L'image de $M(4; -1)$ par une translation est $M'(1; 3)$. Donner le vecteur.

CORRECTION

$$\vec{u} (1 - 4 ; 3 - (-1)) = \vec{u} (-3 ; 4)$$

VÉRIFICATION

$$4 + (-3) = 1 \text{ et } -1 + 4 = 3 \checkmark$$

Translation ou symétrie centrale ?

	Translation	Symétrie centrale
Élément	un vecteur	un point (le centre)
Effet	glissement	demi-tour de 180°
Droite et image	parallèles	parallèles
Conservation	tout	tout

L'essentiel de la leçon

Notion	À retenir
Translation	direction, sens, longueur
Image d'un point	$ABM'M$ parallélogramme
Vecteurs égaux	$\vec{AB} = \vec{CD} \iff ABDC$ parallélogramme
Coordonnées	$\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$
Image dans un repère	$M'(x + a; y + b)$