

2ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 19

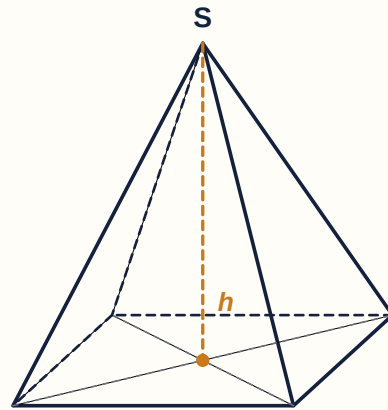
Pyramide et cône de révolution

Patrons · Génératrice · Volume : le tiers

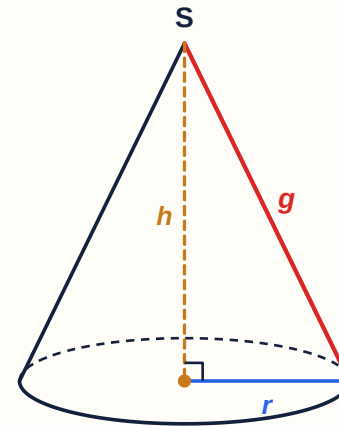
Ce que nous allons apprendre

- La pyramide et ses éléments
- Le cône de révolution et sa génératrice
- Les patrons
- Le volume : la formule du tiers
- L'aire latérale du cône
- Combiner Pythagore et volume

Un sommet, une base



pyramide à base carrée



cône de révolution

LA HAUTEUR

C'est la distance du **sommet** au plan de la base.

Faces, arêtes, sommets

Pyramide à base...	Faces	Arêtes	Sommets
triangulaire	4	6	4
carrée	5	8	5
à n côtés	$n + 1$	$2n$	$n + 1$

VOCABULAIRE

Une pyramide à base triangulaire est un **tétraèdre**. Elle est **régulière** si sa base est un polygone régulier et son sommet à la verticale du centre.

La génératrice

DÉFINITION

La **génératrice** g est la distance du sommet à un point du bord de la base.

RELATION DE PYTHAGORE

$$g^2 = r^2 + h^2$$

car h , r et g forment un triangle rectangle.

$$r = 3, h = 4 \Rightarrow g = 5$$

Triangles et secteur

Pyramide régulière

La base, plus autant de **triangles isocèles** que de côtés de la base.

Cône

Un disque de rayon r , plus un **secteur circulaire** de rayon g dont l'arc mesure $2\pi r$.

POURQUOI $2\pi r$?

L'arc du secteur doit s'enrouler exactement autour du disque de base : sa longueur est donc le périmètre de ce disque.

La formule du tiers

UNE SEULE FORMULE

$$V = \frac{A_{\text{base}} \times h}{3}$$

Pyramide

$$V = \frac{A_{\text{base}} \times h}{3}$$

Cône

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

À RETENIR

Une pyramide (ou un cône) a un volume **trois fois plus petit** que le prisme (ou le cylindre) de même base et de même hauteur.

Deux exemples

Pyramide carrée

côté 6 cm, hauteur 10 cm

$$V = \frac{36 \times 10}{3} = 120 \text{ cm}^3$$

Cône

$r = 3$ cm, $h = 8$ cm

$$V = \frac{\pi \times 9 \times 8}{3} = 24\pi \approx 75,4$$

MÉTHODE

Aire de la base → multiplier par la hauteur → **diviser par 3**.

Latérale et totale

FORMULES

$$\mathcal{A}_{\text{lat}} = \pi r g \quad \mathcal{A}_{\text{tot}} = \pi r g + \pi r^2$$

$$r = 5, g = 13 \Rightarrow \mathcal{A}_{\text{lat}} = 65\pi \approx 204,1 \text{ cm}^2$$

ATTENTION

C'est la **génératrice** g qui intervient, pas la hauteur h .

APPLICATION 1

Du cône complet

Énoncé. Un cône a $r = 9$ cm et $g = 15$ cm. Hauteur, volume et aire totale ?

1 $h^2 = 225 - 81 = 144$ donc $h = 12$ cm.

2 $V = \frac{\pi \times 81 \times 12}{3} = 324\pi \approx 1\,017 \text{ cm}^3.$

3 $\mathcal{A} = 135\pi + 81\pi = 216\pi \approx 678 \text{ cm}^2.$

APPLICATION 2

Retrouver une dimension

Énoncé. Un cône a un volume de $100\pi \text{ cm}^3$ et une hauteur de 12 cm. Calculer son rayon.

1
$$\frac{\pi r^2 \times 12}{3} = 100\pi.$$

2
$$4r^2 = 100 \text{ donc } r^2 = 25.$$

3
$$r = 5 \text{ cm.}$$

L'essentiel de la leçon

Solide	Aire latérale	Volume
Pyramide	somme des triangles	$\frac{\mathcal{A}_{\text{base}} \times h}{3}$
Cône	$\pi r g$	$\frac{\pi r^2 h}{3}$

DEUX RÉFLEXES

Ne jamais oublier de **diviser par 3** · $g^2 = r^2 + h^2$