

3ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 2

Les puissances

Exposants relatifs · Cinq règles · Écriture scientifique

Ce que nous allons apprendre

- Exposants 0, 1 et négatifs
- Le signe d'une puissance
- Les cinq règles de calcul
- Les puissances de 10
- L'écriture scientifique et l'ordre de grandeur
- Applications scientifiques

1 · DÉFINITION

Les exposants particuliers

À RETENIR

$$a^1 = a \quad a^0 = 1 \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$2^{-5} = \frac{1}{32}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{16}{9}$$

$$10^{-3} = 0,001$$

À NOTER

a^{-n} est un **inverse**, pas un nombre négatif.

Pair ou impair ?

Base	Exposant	Signe
positive	n'importe lequel	+
négative	pair	+
négative	impair	−

LE PIÈGE DES PARENTHÈSES

$(-2)^4 = 16$ mais $-2^4 = -16$.

Cinq formules

Règle	Écriture	Condition
Produit	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	même base
Quotient	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	même base
Puissance de puissance	$(a^m)^n = a^{mn}$	—
Produit de bases	$(ab)^n = a^n b^n$	même exposant
Quotient de bases	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	même exposant

Avec des exposants négatifs

EXEMPLE DÉTAILLÉ

$$\frac{5^{-3} \times 5^7}{5^2} = \frac{5^4}{5^2} = 5^2 = 25$$

ASTUCE DES EXPOSANTS ÉGAUX

$$4^3 \times 25^3 = (4 \times 25)^3 = 100^3 = 10^6$$

Compter les zéros

Exposant positif

$$10^6 = 1\,000\,000$$

un 1 suivi de n zéros

Exposant négatif

$$10^{-5} = 0,00001$$

n chiffres après la virgule

DÉPLACER LA VIRGULE

$\times 10^n$: n rangs vers la **droite**. $\times 10^{-n}$: vers la **gauche**.

La forme $a \times 10^n$

DÉFINITION

$a \times 10^n$ avec $1 \leq |a| < 10$ et n entier relatif.

$$8\,400\,000 = 8,4 \times 10^6 \quad \cdot \quad 0,000\,037 = 3,7 \times 10^{-5}$$

PRODUIT ET QUOTIENT

$$(a \times 10^m)(b \times 10^n) = (ab) \times 10^{m+n} \qquad \frac{a \times 10^m}{b \times 10^n} = \frac{a}{b} \times 10^{m-n}$$

Comparer très vite

LA MÉTHODE

Je compare d'abord les **exposants** ; s'ils sont égaux, je compare les nombres *a*.

$$3,1 \times 10^8 \text{ et } 9,5 \times 10^7$$

$10^8 > 10^7$: le premier est plus grand

$$4,2 \times 10^{-3} \text{ et } 7,1 \times 10^{-3}$$

même exposant : $4,2 < 7,1$

APPLICATION 1

La lumière du Soleil

Énoncé. Terre-Soleil : $1,5 \times 10^8$ km. Vitesse de la lumière : 3×10^5 km/s.

- 1 $t = \frac{1,5 \times 10^8}{3 \times 10^5} = 0,5 \times 10^3.$
- 2 $t = 5 \times 10^2 = 500$ secondes.
- 3 Soit environ **8,3 minutes.**

APPLICATION 2

Comparer deux puissances

Énoncé. Comparer 3^{20} et 9^{11} sans calculatrice.

- 1 J'écris tout avec la **même base** : $9 = 3^2$.
- 2 $9^{11} = (3^2)^{11} = 3^{22}$.
- 3 $3^{22} > 3^{20}$, donc $9^{11} > 3^{20}$.

L'essentiel de la leçon

Règle	Écriture
Exposants particuliers	$a^1 = a ; a^0 = 1 ; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
Produit / Quotient	$a^{m+n} \cdot a^{m-n}$
Puissance de puissance	$(a^m)^n = a^{mn}$
Écriture scientifique	$a \times 10^n, 1 \leq a < 10$