

3ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 3

Les racines carrées

Définition · Produit et quotient · Simplifier · Équations

Ce que nous allons apprendre

- La définition de $\sqrt{a}$
- Les carrés parfaits
- Produit et quotient de racines
- Simplifier une racine
- Rendre un dénominateur rationnel
- Résoudre $x^2 = a$

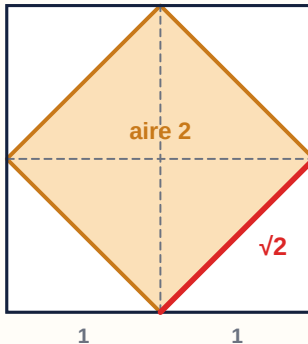
1 · DÉFINITION

Le côté d'un carré

DÉFINITION

Pour $a \geq 0$, $\sqrt{a}$ est le nombre **positif** dont le carré vaut a :

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad \text{et} \quad \sqrt{a} \geq 0$$



carré unité : aire 1

carré orange : aire $4 \div 2 = 2$

son côté mesure $\sqrt{2} \approx 1,414$

1 · DÉFINITION

Deux points de vigilance

Pas de racine négative

$\sqrt{-9}$ n'existe pas : aucun carré n'est négatif.

$$\sqrt{a^2}$$

$$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

le résultat est toujours **positif**.

CARRÉS PARFAITS À CONNAÎTRE

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144

Deux propriétés

POUR $a \geq 0$ ET $b \geq 0$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6 \quad \cdot \quad \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{25} = 5$$

MAIS PAS POUR L'ADDITION !

$\sqrt{9 + 16} = 5$ alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$. Donc $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Extraire le carré parfait

- 1 Je cherche le **plus grand carré parfait** qui divise le nombre.
- 2 J'écris le produit, puis j'applique $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.

TROIS EXEMPLES

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{72} = 6\sqrt{2} \quad \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$$

Réduire une somme

LA RÈGLE

On n'additionne que des racines **semblables** (la même racine).

On peut

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} + \sqrt{18} = 8\sqrt{2}$$

On ne peut pas

$$\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

reste tel quel.

Le rendre rationnel

LA TECHNIQUE

Je multiplie numérateur et dénominateur par la même racine.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

POURQUOI ?

Une fraction avec un dénominateur entier est plus facile à calculer et à comparer.

5 · ÉQUATION $x^2 = a$

Trois cas

$$a > 0$$

deux solutions

$$x = \sqrt{a} \text{ ou } x = -\sqrt{a}$$

$$a = 0$$

une solution

$$x = 0$$

$$a < 0$$

aucune solution

EXEMPLE

$x^2 = 49$ donne $x = 7$ **ou** $x = -7$: ne pas oublier la solution négative.

APPLICATION 1

Développer avec des racines

Énoncé. Développer $A = (\sqrt{3} + 2)^2$ et $B = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$.

- ❶ $A = 3 + 2 \times 2\sqrt{3} + 4 = 7 + 4\sqrt{3}$.
- ❷ $B = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$.
- ❸ Les identités remarquables s'appliquent aussi aux racines.

APPLICATION 2

Un carré et son périmètre

Énoncé. Un carré a une aire de 75 cm^2 . Côté et périmètre en valeur exacte ?

- ➊ $c^2 = 75$ donc $c = \sqrt{75}$.
- ➋ $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$.
- ➌ $P = 4 \times 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \approx 34,6 \text{ cm}$.

L'essentiel de la leçon

Propriété	Écriture
Définition	$(\sqrt{a})^2 = a, \text{ avec } \sqrt{a} \geq 0$
Produit	$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
Quotient	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
Simplifier	extraire le plus grand carré parfait
$x^2 = a \ (a > 0)$	$x = \sqrt{a} \text{ ou } x = -\sqrt{a}$