

3ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 4

Ordre et opérations

Comparer · Carrés et inverses · Encadrer · Inéquations

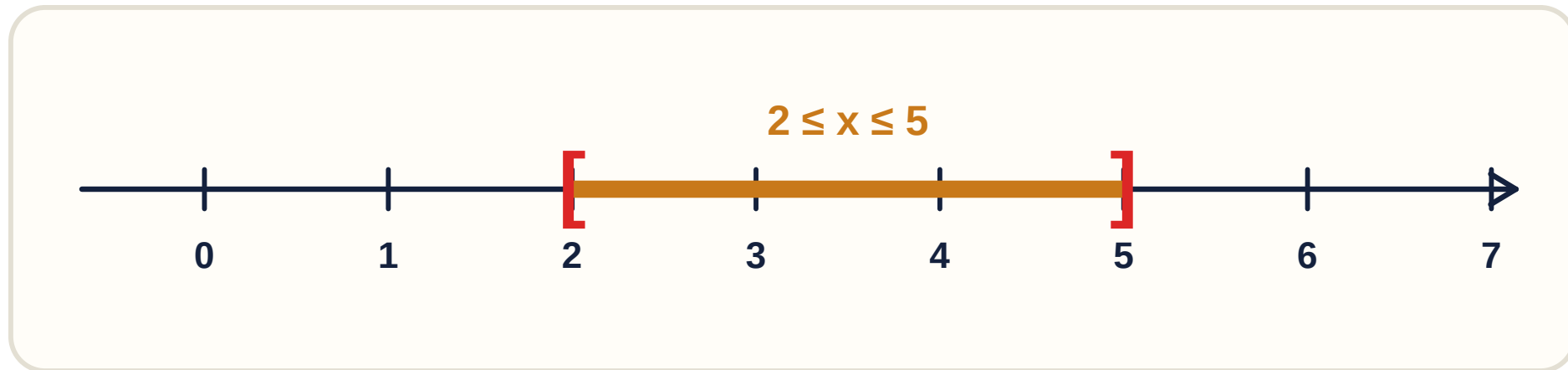
Ce que nous allons apprendre

- Comparer avec le signe de la différence
- Ordre, addition et multiplication
- Ordre, carrés, inverses et racines
- Encadrements
- Résoudre une inéquation
- Traduire un problème

Le signe de la différence

LA RÈGLE

$a < b$ équivaut à $a - b < 0$.



Exemple : $\frac{5}{7} - \frac{11}{15} = \frac{-2}{105} < 0$, donc $\frac{5}{7} < \frac{11}{15}$.

Les trois règles de base

ADDITION

Si $a < b$ alors $a + c < b + c$: sens **conservé**.

MULTIPLICATION PAR $c > 0$

$ac < bc$: sens **conservé**.

MULTIPLICATION PAR $c < 0$

$ac > bc$: sens **inversé**.

Trois nouvelles propriétés

Si...	Alors...
$0 \leq a < b$	$a^2 < b^2$ — sens conservé
$0 < a < b$	$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ — sens inversé
$0 \leq a < b$	$\sqrt{a} < \sqrt{b}$ — sens conservé

ATTENTION AUX NÉGATIFS

$-5 < -2$ mais $25 > 4$: la règle sur les carrés exige des nombres **positifs**.

Additionner membre à membre

LA RÈGLE

$$a < x < b \text{ et } c < y < d \implies a + c < x + y < b + d$$

Exemple. $2 < x < 5$.

$$3x$$

$$6 < 3x < 15$$

$$-x$$

$$-5 < -x < -2$$

$$4 - x$$

$$-1 < 4 - x < 2$$

La méthode

- 1 Je développe et je réduis.
- 2 Je rassemble les x d'un côté, les nombres de l'autre.
- 3 Je divise par le coefficient de x — en **inversant le sens** s'il est négatif.
- 4 Je représente les solutions sur une droite graduée.

Deux exemples

COEFFICIENT POSITIF

$$5x - 7 \leq 3x + 9 \implies 2x \leq 16 \implies x \leq 8$$

COEFFICIENT NÉGATIF

$$-3x + 2 > 11 \implies -3x > 9 \implies x < -3$$

Le sens s'est **inversé** à la dernière étape.

Sur une droite graduée

$$x < 8$$

demi-droite vers la gauche, crochet
ouvert en 8.

$$x \leq 8$$

même demi-droite, crochet **fermé** en 8.

À RETENIR

Une inéquation a en général une **infinité** de solutions.

APPLICATION 1

Encadrer une expression

Énoncé. On donne $-3 < x < 4$. Encadrer $5 - 2x$.

- ➊ $-6 < 2x < 8$.
- ➋ $-8 < -2x < 6$ (les bornes changent de place et de signe).
- ➌ $-3 < 5 - 2x < 11$.

APPLICATION 2

Un problème d'abonnement

Énoncé. Une entrée coûte 80 dh, l'abonnement annuel 500 dh. À partir de combien de visites l'abonnement est-il plus avantageux ?

- ➊ Inéquation : $80n > 500$.
- ➋ $n > 6,25$.
- ➌ À partir de **7 visites**.

L'essentiel de la leçon

Opération sur $a < b$	Résultat
Ajouter c	sens conservé
Multiplier par $c > 0$	sens conservé
Multiplier par $c < 0$	sens inversé
Carrés (si $a \geq 0$)	$a^2 < b^2$
Inverses (si $a > 0$)	$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$