

3ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 5

Le théorème de Thalès

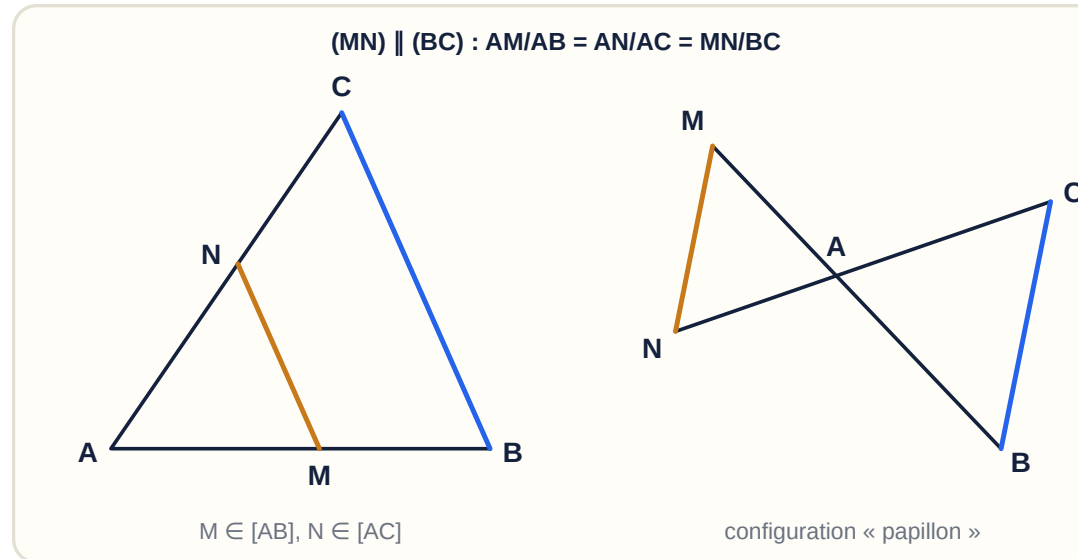
Triple égalité · Réciproque · Agrandissement

Ce que nous allons apprendre

- Reconnaître une configuration de Thalès
- Le théorème et la triple égalité
- Calculer une longueur
- La réciproque : démontrer un parallélisme
- Agrandissement et réduction
- Applications concrètes

1 · LA CONFIGURATION

Triangle ou papillon



LE POINT COMMUN

Deux droites sécantes en A , coupées par deux droites **parallèles**.

Trois quotients égaux

THÉORÈME DE THALÈS

Si $(MN) \parallel (BC)$, alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

CONSEIL DE RÉDACTION

J'écris toujours les quotients **dans le même ordre** : petit triangle au numérateur, grand triangle au dénominateur.

Avec le produit en croix

Énoncé. $AM = 4$, $AB = 10$, $AC = 15$ et $(MN) \parallel (BC)$. Calculer AN .

- 1 $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, donc $\frac{4}{10} = \frac{AN}{15}$.
- 2 Produit en croix : $10 AN = 60$.
- 3 $AN = 6$ cm.

Démontrer un parallélisme

RÉCIPROQUE

Si les points sont alignés **dans le même ordre** et si

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

alors $(MN) \parallel (BC)$.

- 1 Je calcule séparément les deux quotients.
- 2 Égalité $\Rightarrow$ parallèles ; sinon, non parallèles.

Choisir le bon outil

Ce que je sais	Ce que je cherche	J'utilise
le parallélisme	une longueur	le théorème
deux quotients égaux	un parallélisme	la réci-proque

RÉDACTION TYPE

« On sait que les points sont alignés dans le même ordre et que les quotients sont égaux. Or, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites sont alors parallèles. Donc $(MN) \parallel (BC)$. »

Le rapport k

Grandeur	Multipliée par
Longueurs	k
Aires	k^2
Volumes	k^3
Angles	inchangés

CAS PARTICULIER

Le théorème des milieux est le cas $k = \frac{1}{2}$.

APPLICATION 1

La hauteur d'un arbre

Énoncé. Un bâton de 1,5 m est à 2 m de l'observateur ; l'arbre est à 14 m, et les sommets sont alignés.

- 1 Le bâton et l'arbre sont verticaux, donc parallèles : configuration de Thalès.
- 2 $\frac{2}{14} = \frac{1,5}{h}$.
- 3 $h = \frac{1,5 \times 14}{2} = 10,5 \text{ m.}$

APPLICATION 2

Une maquette

Énoncé. Maquette à l'échelle $\frac{1}{50}$: hauteur 40 cm, volume 12 000 cm³.

- 1 Hauteur réelle : $40 \times 50 = 2\,000$ cm = 20 m.
- 2 Volume réel : $12\,000 \times 50^3 = 1,5 \times 10^9$ cm³.
- 3 Soit 1 500 m³ — le volume est multiplié par k^3 , pas par k .

Trois pièges du chapitre

Erreur	Correction
mélanger l'ordre des quotients	petit sur grand des deux côtés
utiliser le théorème pour prouver un parallélisme	c'est la réci proque
aire $\times k$	aire $\times k^2$, volume $\times k^3$

L'essentiel de la leçon

Ce que je dois savoir	Énoncé
Théorème	$(MN) \parallel (BC) \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$
Usage	calculer une longueur
Réciproque	quotients égaux $\Rightarrow$ parallèles
Rapport k	longueurs $\times k$, aires $\times k^2$, volumes $\times k^3$