

3ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 7

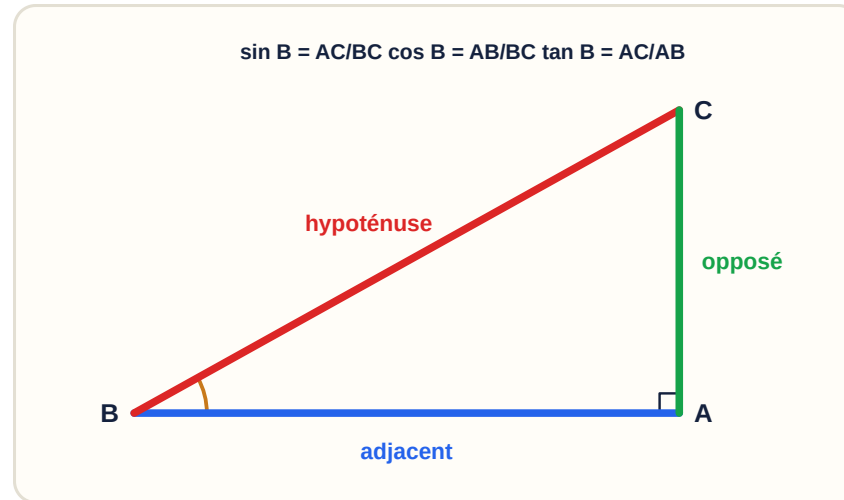
Trigonométrie dans le triangle rectangle

Cosinus · Sinus · Tangente · Longueurs et angles

Ce que nous allons apprendre

- Reconnaître hypoténuse, côté opposé et côté adjacent
- Les trois rapports : $\cos$, $\sin$, $\tan$
- Calculer une longueur manquante
- Calculer la mesure d'un angle
- Les relations entre les rapports
- Les valeurs remarquables

Trois côtés, trois noms



TOUJOURS PAR RAPPORT À L'ANGLE CHOISI

L'**hypoténuse** ne change jamais ; le côté **opposé** et le côté **adjacent** dépendent de l'angle que l'on regarde.

Les définitions

POUR UN ANGLE AIGU $\hat{B}$

$$\cos \hat{B} = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

MOYEN MNÉMOTECHNIQUE

CAH · SOH · TOA : $\text{Cos} = \text{Adj}/\text{Hyp}$, $\text{Sin} = \text{Opp}/\text{Hyp}$, $\text{Tan} = \text{Opp}/\text{Adj}$.

Quel rapport choisir ?

Je connais...	Je cherche...	J'utilise...
hypoténuse	adjacent	cos
hypoténuse	opposé	sin
adjacent	opposé	tan

RÈGLE D'OR

Je repère les **deux** côtés en jeu (celui que je connais et celui que je cherche) : ils désignent le rapport à utiliser.

Avec le cosinus

Énoncé. ABC rectangle en A , $\hat{B} = 50^\circ$ et $BC = 10$ cm. Calculer AB .

- 1 AB est adjacent à $\hat{B}$, BC est l'hypoténuse : j'utilise le cosinus.
- 2 $\cos 50^\circ = \frac{AB}{10}$, donc $AB = 10 \times \cos 50^\circ$.
- 3 $AB \approx 6,4$ cm.

Quand l'inconnue est au dénominateur

Énoncé. $\hat{B} = 35^\circ$ et $AB = 8$ cm. Calculer BC .

1 $\cos 35^\circ = \frac{8}{BC}$.

2 Je passe au produit en croix : $BC = \frac{8}{\cos 35^\circ}$.

3 $BC \approx 9,8$ cm.

Les touches inverses

MÉTHODE

Je calcule le rapport, puis j'utilise $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$ de la calculatrice.

Énoncé. $AB = 6$ et $BC = 10$. Calculer $\hat{B}$.

1 $\cos \hat{B} = \frac{6}{10} = 0,6.$

2 $\hat{B} = \cos^{-1}(0,6) \approx 53,1^\circ.$

Trois égalités à connaître

FORMULES

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \qquad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

ANGLES COMPLÉMENTAIRES

Si $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$, alors $\cos \hat{B} = \sin \hat{C}$ et $\sin \hat{B} = \cos \hat{C}$.

ENCADREMENT

Pour un angle aigu : $0 < \cos x < 1$ et $0 < \sin x < 1$.

6 · VALEURS REMARQUABLES

À savoir par cœur

Angle	30°	45°	60°
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

APPLICATION 1

La hauteur d'un arbre

Énoncé. À 20 m d'un arbre, on voit son sommet sous un angle de 38° .
Hauteur de l'arbre ?

- 1 La hauteur est le côté **opposé**, la distance au sol le côté **adjacent** : j'utilise la tangente.
- 2 $\tan 38^\circ = \frac{h}{20}$, donc $h = 20 \times \tan 38^\circ$.
- 3 $h \approx 15,6$ m.

APPLICATION 2

La pente d'une rampe

Énoncé. Une rampe de 5 m de long s'élève de 1,2 m. Quel est son angle avec le sol ?

- 1 $\sin x = \frac{1,2}{5} = 0,24.$
- 2 $x = \sin^{-1}(0,24) \approx 13,9^\circ.$
- 3 La rampe fait un angle d'environ 14° avec le sol.

L'essentiel de la leçon

Situation	Ce que j'écris
Adjacent et hypoténuse	$\cos x = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$
Opposé et hypoténuse	$\sin x = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$
Opposé et adjacent	$\tan x = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$
Chercher l'angle	$\cos^{-1}, \sin^{-1}, \tan^{-1}$
Relation clé	$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$