

3ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 9

Équations et inéquations du premier degré

Résoudre · Équations produit · Inéquations · Problèmes

Ce que nous allons apprendre

- La méthode de résolution pas à pas
- Les cas particuliers : aucune ou une infinité de solutions
- Les équations avec des fractions
- Les équations produit
- Les inéquations et leur représentation
- Mettre un problème en équation

Quatre étapes, toujours les mêmes

- 1 Je **développe** et je réduis chaque membre.
- 2 Je rassemble les x d'un côté, les nombres de l'autre.
- 3 Je **divise** par le coefficient de x .
- 4 Je **vérifie** dans l'équation de départ.

Un exemple complet

RÉSOLUTION

$$5(x - 2) = 3x + 8$$

$$5x - 10 = 3x + 8 \implies 2x = 18 \implies x = 9$$

VÉRIFICATION

$5(9 - 2) = 35$ et $3 \times 9 + 8 = 35$: la solution est bien $x = 9$.

RÈGLE DU SIGNE

Un terme qui **change de membre change de signe**.

Quand les x disparaissent

Équation	On obtient...	Conclusion
$4x - 3 = 4x + 1$	$-3 = 1$	aucune solution
$2(x + 1) = 2x + 2$	$0 = 0$	une infinité de solutions
$3x + 1 = 7$	$x = 2$	une seule solution

À RETENIR

Une équation du premier degré $ax + b = 0$ avec $a \neq 0$ a toujours **une seule** solution : $x = -\frac{b}{a}$.

Supprimer les dénominateurs

MÉTHODE

Je multiplie les **deux membres** par un dénominateur commun.

Exemple. $\frac{x+1}{2} - \frac{x-3}{5} = 2.$

- ➊ Dénominateur commun 10 : $5(x+1) - 2(x-3) = 20.$
- ➋ $5x + 5 - 2x + 6 = 20$, donc $3x = 9.$
- ➌ $x = 3.$

Un produit nul

PROPRIÉTÉ

$$A \times B = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0$$

DEUX EXEMPLES

$$(2x - 6)(x + 5) = 0 \text{ donne } x = 3 \text{ ou } x = -5. \quad \cdot$$

$$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4) = 0 \text{ donne } x = -4 \text{ ou } x = 4.$$

ATTENTION

$$x^2 = 25 \text{ a } \mathbf{deux} \text{ solutions : } 5 \text{ et } -5.$$

Une seule différence

RÈGLE ESSENTIELLE

Multiplier ou diviser par un nombre **néglatif inverse** le sens de l'inégalité.

DEUX EXEMPLES

$$4x - 5 < 2x + 7 \implies 2x < 12 \implies x < 6$$

$$-3x + 4 \geq 19 \implies -3x \geq 15 \implies x \leq -5$$

Une demi-droite

Inéquation	Crochet	Lecture
$x < 6$	ouvert	6 exclu
$x \leq 6$	fermé	6 inclus
$x > -2$	ouvert	-2 exclu
$x \geq -2$	fermé	-2 inclus

Quatre réflexes

- 1 Je choisis l'inconnue : « Soit x ... ».
- 2 Je **traduis** l'énoncé par une équation.
- 3 Je résous.
- 4 Je vérifie que la réponse a un **sens** et je conclus par une phrase.

APPLICATION 1

Les dimensions d'un rectangle

Énoncé. Le périmètre d'un rectangle vaut 64 cm et sa longueur est le triple de sa largeur.

- ➊ Soit x la largeur ; la longueur vaut $3x$.
- ➋ $2(x + 3x) = 64$, donc $8x = 64$.
- ➌ $x = 8$: largeur 8 cm, longueur 24 cm.

APPLICATION 2

La note qu'il me faut

Énoncé. Un élève a eu 11 et 14. Quelle note lui faut-il pour une moyenne d'au moins 13 ?

- 1 $\frac{11 + 14 + x}{3} \geq 13.$
- 2 $25 + x \geq 39$, donc $x \geq 14.$
- 3 Il lui faut au moins 14.

L'essentiel de la leçon

Type	Ce que je fais
$ax + b = c$	regrouper, diviser, vérifier
Avec fractions	multiplier par un dénominateur commun
Produit nul	$A = 0$ ou $B = 0$
$x^2 - a^2 = 0$	factoriser : deux solutions
Inéquation	sens inversé par un négatif