

3ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 10

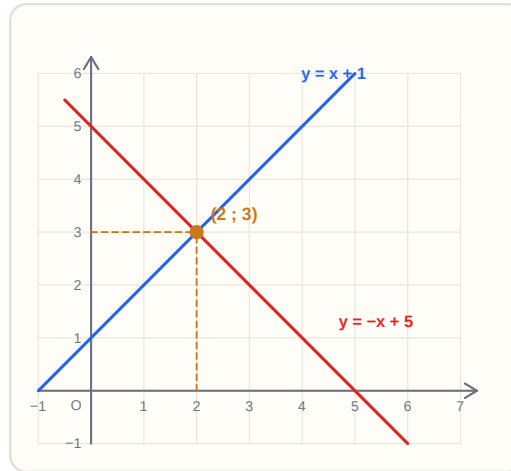
Systemes de deux équations à deux inconnues

Substitution · Combinaison · Lecture graphique · Problèmes

Ce que nous allons apprendre

- Ce qu'est un système et ce qu'est sa solution
- La méthode par substitution
- La méthode par combinaison
- Vérifier le couple trouvé
- L'interprétation graphique
- Mettre un problème en système

Deux équations en même temps



LA SOLUTION EST UN COUPLE

Résoudre, c'est trouver le couple $(x; y)$ qui vérifie les **deux** équations : c'est le point d'**intersection** des deux droites.

Remplacer une inconnue

- 1 J'exprime une inconnue en fonction de l'autre.
- 2 Je **remplace** dans l'autre équation.
- 3 Je résous : il ne reste qu'une inconnue.
- 4 Je calcule la seconde et j'écris le couple.

Un exemple complet

LE SYSTÈME

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$$

- ❶ $3x + (2x + 1) = 11$, donc $5x = 10$.
- ❷ $x = 2$, puis $y = 2 \times 2 + 1 = 5$.
- ❸ La solution est le couple $(2; 5)$.

Faire disparaître une inconnue

LE SYSTÈME

$$\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ 5x - 3y = 19 \end{cases}$$

- 1 Les coefficients de y sont déjà opposés : j'**additionne**.
- 2 $7x = 35$, donc $x = 5$.
- 3 $2 \times 5 + 3y = 16$ donne $y = 2$: la solution est $(5 ; 2)$.

Quand il faut multiplier d'abord

LE SYSTÈME

$$\begin{cases} 3x + 2y = 16 \\ 5x + 3y = 26 \end{cases}$$

- 1 Je multiplie la 1ère par 3 et la 2ème par -2 : les coefficients de y deviennent 6 et -6 .
- 2 $9x + 6y = 48$ et $-10x - 6y = -52$; en additionnant : $-x = -4$, donc $x = 4$.
- 3 $3 \times 4 + 2y = 16$ donne $y = 2$: la solution est $(4; 2)$.

4 · QUELLE MÉTHODE ?

Un choix rapide

Le système...	Je choisis...
a une inconnue déjà isolée	la substitution
a un coefficient égal à 1	la substitution
a des coefficients opposés	la combinaison
a des coefficients quelconques	la combinaison après multiplication

TOUJOURS

Je **vérifie** le couple dans les deux équations de départ.

Trois situations possibles

Les deux droites...	Le système a...
sont sécantes	une seule solution
sont strictement parallèles	aucune solution
sont confondues	une infinité de solutions

RECONNAÎTRE

Même coefficient directeur et ordonnées à l'origine différentes : les droites sont parallèles, il n'y a pas de solution.

Quatre réflexes

- 1 Je choisis **deux** inconnues et je les nomme.
- 2 J'écris **deux** équations traduisant l'énoncé.
- 3 Je résous par substitution ou par combinaison.
- 4 Je vérifie le sens des réponses et je conclus par une phrase.

APPLICATION 1

Cahiers et stylos

Énoncé. Deux cahiers et trois stylos coûtent 34 dh ; un cahier et quatre stylos coûtent 32 dh.

1
$$\begin{cases} 2c + 3s = 34 \\ c + 4s = 32 \end{cases}$$

2 $c = 32 - 4s$, puis $2(32 - 4s) + 3s = 34$ donne $s = 6$.

3 $c = 8$: un cahier coûte 8 dh et un stylo 6 dh.

APPLICATION 2

Deux nombres

Énoncé. La somme de deux nombres est 45 et leur différence est 11.

1
$$\begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 11 \end{cases}$$

2 J'additionne : $2x = 56$, donc $x = 28$.

3 $y = 17$: les deux nombres sont 28 et 17.

L'essentiel de la leçon

Notion	Ce que je retiens
Solution	un couple $(x ; y)$
Substitution	exprimer puis remplacer
Combinaison	coefficients opposés puis additionner
Graphiquement	point d'intersection des deux droites
Problème	deux inconnues, deux équations