

3ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 11

Fonctions linéaires et fonctions affines

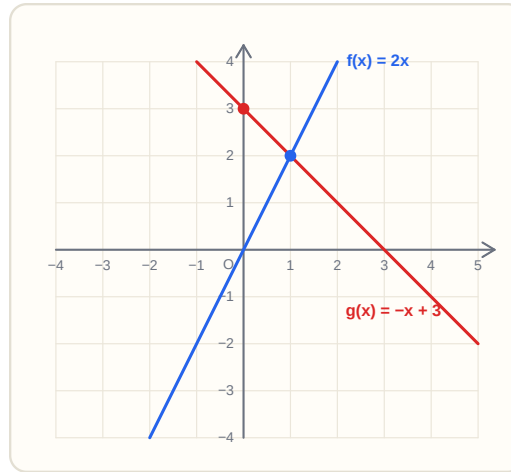
Image · Antécédent · Coefficient directeur · Droites

Ce que nous allons apprendre

- Reconnaître une fonction linéaire et une fonction affine
- Calculer une image et un antécédent
- Déterminer a et b à partir de deux points
- Le sens de variation
- Tracer et lire une droite
- Modéliser une situation concrète

1 · LES DEUX FAMILLES

Linéaire et affine



LES DEUX ÉCRITURES

Linéaire : $f(x) = ax$, droite passant par l'**origine**. · **Affine** : $f(x) = ax + b$, droite quelconque.

Trois cas à distinguer

Fonction	Écriture	Graphique
linéaire	$f(x) = ax$	droite par l'origine
affine	$f(x) = ax + b$	droite coupant l'axe en b
constante	$f(x) = b$	droite horizontale

LIEN

Toute fonction **linéaire** est affine : c'est le cas $b = 0$. Une fonction linéaire traduit une situation de **proportionnalité**.

Deux calculs différents

À NE PAS CONFONDRE

Image de x : je **calcule** $f(x)$. · **Antécédent** de y : je **résous** l'équation $f(x) = y$.

Exemple. $f(x) = 3x - 5$.

- 1 Image de 4 : $f(4) = 12 - 5 = 7$.
- 2 Antécédent de 1 : $3x - 5 = 1$, donc $x = 2$.

À partir de deux points

COEFFICIENT DIRECTEUR

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Exemple. $f(2) = 7$ et $f(5) = 16$.

- ❶ $a = \frac{16 - 7}{5 - 2} = 3.$
- ❷ $7 = 3 \times 2 + b$, donc $b = 1.$
- ❸ $f(x) = 3x + 1.$

Le signe de a décide

Signe de a	Variation	La droite...
$a > 0$	croissante	monte
$a < 0$	décroissante	descend
$a = 0$	constante	est horizontale

EXEMPLE

$f(x) = 2x - 1$ est croissante ; $g(x) = -3x + 5$ est décroissante.

Deux points suffisent

- 1 Je place le point $(0 ; b)$ sur l'axe des ordonnées.
- 2 Je calcule un second point, par exemple $(1 ; a + b)$.
- 3 Je trace la droite passant par ces deux points.

LECTURE GRAPHIQUE

L'**image** se lit verticalement ; l'**antécédent** se lit horizontalement.

Le point d'intersection

Énoncé. $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = -x + 7$. Où les droites se coupent-elles ?

- 1 $2x + 1 = -x + 7$, donc $3x = 6$.
- 2 $x = 2$, puis $f(2) = 5$.
- 3 Le point d'intersection est $(2 ; 5)$.

APPLICATION 1

La course en taxi

Énoncé. Un taxi facture 12 dh de prise en charge et 6 dh par kilomètre.

- 1 $P(k) = 6k + 12$: c'est une fonction **affine**.
- 2 Pour 9 km : $P(9) = 66$ dh.
- 3 Avec 90 dh : $6k + 12 \leq 90$ donne $k \leq 13$, soit 13 km.

APPLICATION 2

Choisir le bon forfait

Énoncé. Forfait A : 50 dh + 2 dh par heure. Forfait B : 20 dh + 5 dh par heure.

- 1 $A(h) = 2h + 50$ et $B(h) = 5h + 20$.
- 2 $2h + 50 < 5h + 20$ donne $30 < 3h$, soit $h > 10$.
- 3 À partir de 11 heures, le forfait A est plus avantageux.

L'essentiel de la leçon

Notion	Ce que je retiens
Linéaire	$f(x) = ax$, par l'origine
Affine	$f(x) = ax + b$
Coefficient directeur	$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
Antécédent	je résous $f(x) = y$
Variation	$a > 0$ croît, $a < 0$ décroît