

3ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 13

Équation d'une droite

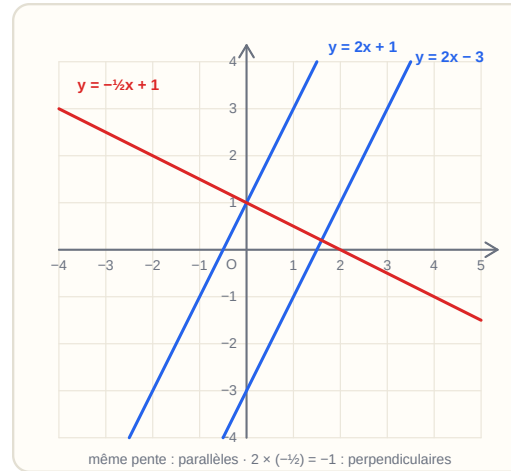
Équation réduite · Parallèles · Intersections · Alignement

Ce que nous allons apprendre

- L'équation réduite $y = ax + b$
- Le cas des droites verticales
- Vérifier si un point appartient à une droite
- Déterminer l'équation à partir de deux points
- Reconnaître deux droites parallèles
- Calculer un point d'intersection

1 · L'ÉQUATION RÉDUITE

Deux nombres suffisent



POUR UNE DROITE NON VERTICALE

$y = ax + b$: a est le **coefficient directeur**, b l'**ordonnée à l'origine**.

Quatre types de droites

Droite	Équation
non verticale	$y = ax + b$
verticale	$x = c$ (pas de coefficient directeur)
horizontale	$y = b$
passant par l'origine	$y = ax$

ATTENTION

Toutes les droites n'ont **pas** une équation de la forme $y = ax + b$: les verticales font exception.

Un point est-il sur la droite ?

CRITÈRE

$M(x_M ; y_M)$ appartient à $y = ax + b$ si et seulement si $y_M = ax_M + b$.

Exemple. $(D) : y = 3x - 4$.

- ❶ $A(2 ; 2) : 3 \times 2 - 4 = 2$, donc $A \in (D)$.
- ❷ $B(1 ; 5) : 3 \times 1 - 4 = -1 \neq 5$, donc $B \notin (D)$.

3 · DÉTERMINER L'ÉQUATION

À partir de deux points

ÉTAPE 1 : LE COEFFICIENT DIRECTEUR

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Exemple. $A(1; -2)$ et $B(4; 7)$.

- ❶ $a = \frac{7 + 2}{4 - 1} = 3.$
- ❷ Avec A : $-2 = 3 \times 1 + b$, donc $b = -5.$
- ❸ L'équation est $y = 3x - 5.$

Même coefficient directeur

Coefficients	Ordonnées à l'origine	Les droites sont...
$a = a'$	$b \neq b'$	parallèles distinctes
$a = a'$	$b = b'$	confondues
$a \neq a'$	peu importe	sécantes

EXEMPLE

$y = 4x - 5$ et $y = 4x + 2$ sont parallèles et distinctes : elles n'ont aucun point commun.

Une parallèle par un point

Énoncé. Droite passant par $C(2; 3)$ et parallèle à $y = -2x + 1$.

- 1 Parallèle $\Rightarrow$ même coefficient directeur : $a = -2$.
- 2 $3 = -2 \times 2 + b$, donc $b = 7$.
- 3 L'équation est $y = -2x + 7$.

Deux droites sécantes

MÉTHODE

J'écris $ax + b = a'x + b'$, je résous pour obtenir x , puis je remplace pour obtenir y .

Exemple. $y = 2x - 1$ et $y = -x + 8$.

- ➊ $2x - 1 = -x + 8$, donc $3x = 9$ et $x = 3$.
- ➋ $y = 2 \times 3 - 1 = 5$: le point est $I(3; 5)$.

Deux points faciles

Axe	Je pose...	Pour $y = 2x - 6$
des ordonnées	$x = 0$	$(0 ; -6)$
des abscisses	$y = 0$	$(3 ; 0)$

ASTUCE

Ces deux points permettent de **tracer** la droite très rapidement.

APPLICATION 1

Trois points alignés ?

Énoncé. $A(-1; -1)$, $B(2; 5)$, $C(4; 9)$. Sont-ils alignés ?

- ➊ Droite (AB) : $a = \frac{5 + 1}{3} = 2$ et $-1 = -2 + b$, donc $b = 1$.
- ➋ (AB) : $y = 2x + 1$.
- ➌ Pour C : $2 \times 4 + 1 = 9$: les trois points sont **alignés**.

APPLICATION 2

Retrouver un coefficient

Énoncé. La droite $y = ax + 4$ passe par $A(3 ; 13)$. Est-elle parallèle à $y = 3x - 8$?

- 1 $13 = 3a + 4$, donc $3a = 9$ et $a = 3$.
- 2 Les deux droites ont le même coefficient directeur 3.
- 3 Comme $4 \neq -8$, elles sont **parallèles et distinctes**.

L'essentiel de la leçon

Situation	Ce que j'écris
Équation réduite	$y = ax + b$
Droite verticale	$x = c$
Coefficient directeur	$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
Parallèles	$a = a'$
Intersection	je résous $ax + b = a'x + b'$