

3ÈME ANNÉE COLLÈGE · LEÇON 14

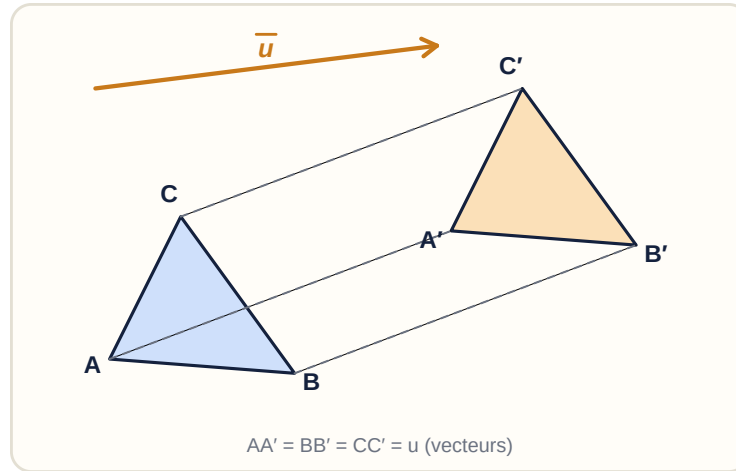
Vecteurs et translation

Direction, sens, norme · Coordonnées · Chasles

Ce que nous allons apprendre

- Translation et vecteur
- Reconnaître deux vecteurs égaux
- Les coordonnées d'un vecteur
- La norme d'un vecteur
- La relation de Chasles
- Construire l'image d'un point

Trois caractéristiques



UN VECTEUR $\vec{AB}$, C'EST...

une **direction** (celle de (AB)), un **sens** (de A vers B) et une **norme**

$$\|\vec{AB}\| = AB.$$

Le parallélogramme

CRITÈRE

$\vec{AB} = \vec{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un **parallélogramme**.

Notation	Signification
$\vec{AA} = \vec{0}$	le vecteur nul
$\vec{BA} = -\vec{AB}$	le vecteur opposé

Ce qui est conservé

LA TRANSLATION CONSERVE

les **longueurs**, les **angles**, les **aires** et le **parallélisme**.

CONSÉQUENCE

La figure image est **superposable** à la figure de départ : elle a seulement été déplacée.

DÉFINITION

Si la translation de vecteur $\vec{AB}$ transforme M en M' , alors $\vec{MM'} = \vec{AB}$.

Arrivée moins départ

FORMULE

$$\vec{AB} (x_B - x_A ; y_B - y_A)$$

Exemple. $A(1 ; 2)$ et $B(5 ; -1)$.

- ❶ $x_B - x_A = 4$ et $y_B - y_A = -3$.
- ❷ $\vec{AB} (4 ; -3)$.

ÉGALITÉ

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les **mêmes coordonnées**.

Encore Pythagore

REPÈRE ORTHONORMÉ

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Exemples.

- ❶ $\vec{u} (3 ; 4) : \|\vec{u}\| = \sqrt{9 + 16} = 5.$
- ❷ $\vec{v} (-6 ; 8) : \|\vec{v}\| = \sqrt{36 + 64} = 10.$

La relation de Chasles

FORMULE

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

ASTUCE DE LECTURE

La lettre du **milieu** disparaît : il reste le point de départ et le point d'arrivée.

Exemples. $\vec{MN} + \vec{NP} = \vec{MP}$ · $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{AA} = \vec{0}$.

En coordonnées

ON ADDITIONNE TERME À TERME

Si $\vec{u} (x ; y)$ et $\vec{v} (x' ; y')$, alors $\vec{u} + \vec{v} (x + x' ; y + y')$.

Exemple. $\vec{u} (3 ; -2)$ et $\vec{v} (1 ; 5)$ donnent $\vec{u} + \vec{v} (4 ; 3)$.

RÈGLE DU PARALLÉLOGRAMME

Si $ABDC$ est un parallélogramme, alors $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$.

Construire l'image d'un point

- 1 Je relève les coordonnées du vecteur, par exemple $\vec{u} (4; -3)$.
- 2 J'ajoute : $x_{M'} = x_M + 4$ et $y_{M'} = y_M - 3$.
- 3 Je place M' et je vérifie que $\vec{MM'} = \vec{u}$.

COMPOSITION

Enchaîner deux translations de vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ revient à appliquer celle de vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

APPLICATION 1

Le quatrième sommet

Énoncé. $A(-1 ; 2)$, $B(3 ; 4)$, $C(5 ; 1)$. Trouver D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

- ➊ $ABCD$ parallélogramme $\iff \vec{AB} = \vec{DC}$.
- ➋ $\vec{AB} (4 ; 2)$, donc $5 - x_D = 4$ et $1 - y_D = 2$.
- ➌ $D(1 ; -1)$.

APPLICATION 2

Retrouver le vecteur

Énoncé. Une translation transforme $A(1; 2)$ en $A'(6; -1)$. Quel est l'antécédent de $M'(3; 3)$?

- ➊ $\vec{u} = \vec{AA'} (5; -3)$.
- ➋ Je **retire** les coordonnées : $x_M = 3 - 5 = -2$ et $y_M = 3 + 3 = 6$.
- ➌ $M(-2; 6)$.

L'essentiel de la leçon

Notion	Écriture
Coordonnées	$\vec{AB} (x_B - x_A ; y_B - y_A)$
Norme	$\sqrt{x^2 + y^2}$
Somme	$(x + x' ; y + y')$
Chasles	$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$
Parallélogramme $ABCD$	$\vec{AB} = \vec{DC}$