



## Leçon 15 — Triangles isométriques et semblables — Exercices d'approfondissement

3ème année collège · S2 · Triangles isométriques et semblables

Série 2 — démonstrations, calculs de longueurs et d'aires.

### Exercice 1

$ABC$  est un triangle,  $M \in [AB]$  et  $N \in [AC]$  avec  $(MN)$  parallèle à  $(BC)$ .

1. Montrer que  $AMN$  et  $ABC$  sont semblables.
2. Avec  $AM = 3$ ,  $AB = 7,5$  et  $BC = 10$ , calculer  $MN$ .

#### Correction

1. L'angle  $\widehat{A}$  est commun et  $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$  (angles correspondants, droites parallèles) : deux angles égaux, donc les triangles sont semblables.
2.  $k = \frac{3}{7,5} = 0,4$ , donc  $MN = 10 \times 0,4 = 4$ .

### Exercice 2

Deux triangles semblables ont des périmètres de 12 cm et 30 cm.

1. Calculer le rapport de similitude.
2. L'aire du plus petit est 8 cm<sup>2</sup> : calculer celle du plus grand.

#### Correction

1.  $k = \frac{30}{12} = 2,5$ .
2.  $8 \times 2,5^2 = 8 \times 6,25 = 50$  cm<sup>2</sup>.

### Exercice 3

$ABC$  est rectangle en  $A$ , et  $H$  est le pied de la hauteur issue de  $A$ .

1. Montrer que  $HBA$  et  $ABC$  sont semblables.
2. En déduire que  $AB^2 = BH \times BC$ .

#### Correction

1. Les deux triangles sont rectangles (en  $H$  et en  $A$ ) et partagent l'angle  $\widehat{B}$  : ils ont deux angles égaux, donc ils sont semblables.
2. Les côtés homologues sont proportionnels :  $\frac{BA}{BC} = \frac{BH}{BA}$ , d'où  $AB^2 = BH \times BC$ .

### Exercice 4

Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm. Un triangle semblable a son plus grand côté égal à 25 cm.

1. Calculer le rapport de similitude.
2. Calculer les deux autres côtés.
3. Calculer l'aire de chaque triangle.

#### Correction

1.  $k = \frac{25}{10} = 2,5$ .
2.  $6 \times 2,5 = 15$  cm et  $8 \times 2,5 = 20$  cm.
3. Le premier est rectangle ( $100 = 36 + 64$ ) : son aire vaut  $\frac{6 \times 8}{2} = 24$  cm<sup>2</sup> ; celle du second vaut  $24 \times 6,25 = 150$  cm<sup>2</sup>.

#### Exercice 5

Deux droites  $(AB)$  et  $(CD)$  se coupent en  $O$ , avec  $(AC)$  parallèle à  $(BD)$ .

1. Montrer que  $OAC$  et  $OBD$  sont semblables.
2. Avec  $OA = 4$ ,  $OB = 6$  et  $AC = 5$ , calculer  $BD$ .

#### Correction

1.  $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$  (opposés par le sommet) et  $\widehat{OAC} = \widehat{OBD}$  (alternes-internes) : les triangles sont semblables.
2.  $k = \frac{6}{4} = 1,5$ , donc  $BD = 5 \times 1,5 = 7,5$ .

#### Exercice 6

Une maquette de pyramide est une réduction de rapport  $k = \frac{1}{50}$  de la pyramide réelle.

1. Une arête réelle mesure 200 m : combien mesure-t-elle sur la maquette ?
2. L'aire d'une face de la maquette est 0,8 m<sup>2</sup> : calculer l'aire de la face réelle.

#### Correction

1.  $200 \times \frac{1}{50} = 4$  m.
2. L'aire est multipliée par  $k^2 = \frac{1}{2500}$ , donc l'aire réelle vaut  $0,8 \times 2500 = 2000$  m<sup>2</sup>.