



Leçon 17 — Géométrie dans l'espace — Exercices d'approfondissement

3ème année collège · S2 · Géométrie dans l'espace

Série 2 — sections, réductions et problèmes de volumes.

Exercice 1

Une sphère de centre O a pour rayon $R = 17$ cm. Un plan coupe la sphère suivant un cercle de rayon 8 cm.

1. Calculer la distance du plan au centre.
2. Le plan passe-t-il par le centre ? Justifier.

Correction

1. $d = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$ cm.
2. Non : s'il passait par le centre, on aurait $d = 0$ et la section serait un grand cercle de rayon 17 cm.

Exercice 2

Un cône de révolution a pour hauteur 15 cm et pour rayon de base 6 cm. On le coupe par un plan parallèle à la base, à 10 cm du sommet.

1. Calculer le rapport de réduction.
2. Calculer le rayon de la section.
3. Calculer le volume du petit cône (valeur exacte).

Correction

1. $k = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.
2. $6 \times \frac{2}{3} = 4$ cm.
3. Volume du grand cône : $\frac{\pi \times 36 \times 15}{3} = 180\pi$; celui du petit :
 $180\pi \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 180\pi \times \frac{8}{27} = \frac{160\pi}{3} \approx 167,5 \text{ cm}^3$.

Exercice 3

Une boule a pour volume $288\pi \text{ cm}^3$. Calculer son rayon puis son aire.

Correction

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi \text{ donne } R^3 = 216 \text{ et } R = 6 \text{ cm ; l'aire vaut } 4\pi \times 36 = 144\pi \approx 452 \text{ cm}^2.$$

Exercice 4

Un réservoir cylindrique a un rayon de 50 cm et une hauteur de 120 cm.

1. Calculer son volume en cm^3 (valeur exacte).
2. Convertir en litres, sachant que $1 \text{ L} = 1\,000 \text{ cm}^3$, avec $\pi \approx 3,14$.

Correction

1. $\pi \times 2\,500 \times 120 = 300\,000\pi \text{ cm}^3$.
2. $300\,000 \times 3,14 = 942\,000 \text{ cm}^3$, soit environ 942 L.

Exercice 5

Une pyramide de base carrée a une hauteur de 9 cm et un côté de base de 8 cm. On la coupe à 6 cm du sommet par un plan parallèle à la base.

1. Calculer le rapport de réduction.
2. Calculer le côté de la section puis son aire.
3. Calculer le volume de la petite pyramide.

Correction

1. $k = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.
2. Côté : $8 \times \frac{2}{3} = \frac{16}{3} \approx 5,33 \text{ cm}$; aire : $64 \times \frac{4}{9} = \frac{256}{9} \approx 28,4 \text{ cm}^2$.
3. Volume de la grande pyramide : $\frac{64 \times 9}{3} = 192 \text{ cm}^3$; celui de la petite :
 $192 \times \frac{8}{27} = \frac{512}{9} \approx 56,9 \text{ cm}^3$.

Exercice 6

Une bille sphérique de rayon 2 cm est plongée dans un verre cylindrique de rayon 4 cm rempli d'eau.

1. Calculer le volume de la bille (valeur exacte).
2. De quelle hauteur le niveau d'eau monte-t-il ?

Correction

1. $\frac{4}{3}\pi \times 8 = \frac{32\pi}{3} \text{ cm}^3$.
2. L'eau déplacée occupe un cylindre de rayon 4 : $16\pi h = \frac{32\pi}{3}$, donc $h = \frac{2}{3} \approx 0,67 \text{ cm}$.

Exercice 7

Deux solides sont semblables de rapport k . Le volume du petit est 5 cm^3 et celui du grand 135 cm^3 .

1. Calculer k .
2. Si l'aire du petit est 9 cm^2 , calculer celle du grand.

Correction

1. $k^3 = \frac{135}{5} = 27$, donc $k = 3$.
2. $9 \times 9 = 81 \text{ cm}^2$.