



Leçon 6 — Le théorème de Pythagore (rappels et applications) — Cours

3ème année collège · S1 · Théorème de Pythagore

1. Le théorème de Pythagore

Si le triangle ABC est **rectangle en A** , alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ($[BC]$ est l'**hypoténuse**, le plus grand côté).

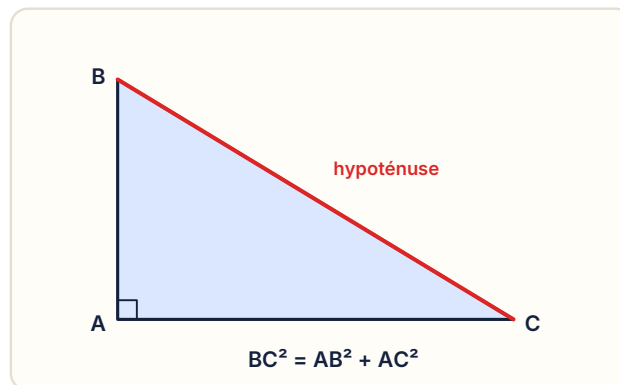


Figure — triangle rectangle en A : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Il sert à **calculer une longueur** dans un triangle rectangle :

- $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$;
- $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2}$.

Exemple : $AB = 2\sqrt{3}$ et $AC = 2$ donnent $BC^2 = 12 + 4 = 16$, donc $BC = 4$.

2. La réciproque

Si dans un triangle ABC on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est **rectangle en A** .

Elle sert à **démontrer qu'un triangle est rectangle** (donc que deux droites sont perpendiculaires).

Méthode

On calcule **séparément** le carré du plus grand côté et la somme des carrés des deux autres côtés :

- s'ils sont **égaux**, le triangle est rectangle (réciproque) ;
- s'ils sont **différents**, le triangle n'est pas rectangle.

Exemple : $AB = \sqrt{5}$, $AC = 2\sqrt{5}$, $BC = 5$. On a $BC^2 = 25$ et $AB^2 + AC^2 = 5 + 20 = 25$: le triangle est rectangle en A .

3. Applications

Diagonale d'un carré et d'un rectangle

La diagonale d'un carré de côté a mesure $a\sqrt{2}$; celle d'un rectangle de dimensions L et ℓ mesure $\sqrt{L^2 + \ell^2}$.

Hauteur d'un triangle équilatéral

La hauteur d'un triangle équilatéral de côté a mesure $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

En effet, le pied H de la hauteur est le milieu du côté : $h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$.

Dans l'espace

La grande diagonale d'un pavé droit de dimensions a, b, c mesure $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ (on applique deux fois le théorème). Pour un cube d'arête a : $a\sqrt{3}$.