



Rotation dans le plan — Cours

1ère Bac · Rotation

1. Angles orientés (rappel)

Le plan est orienté. Pour deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$, une mesure de l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v})$ est définie à 2π près.

2. Définition de la rotation

Soient Ω un point et θ un réel. La **rotation** de centre Ω et d'angle θ est la transformation qui laisse Ω fixe et associe à tout point $M \neq \Omega$ le point M' tel que :

$$\Omega M' = \Omega M \quad \text{et} \quad (\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}) \equiv \theta [2\pi]$$

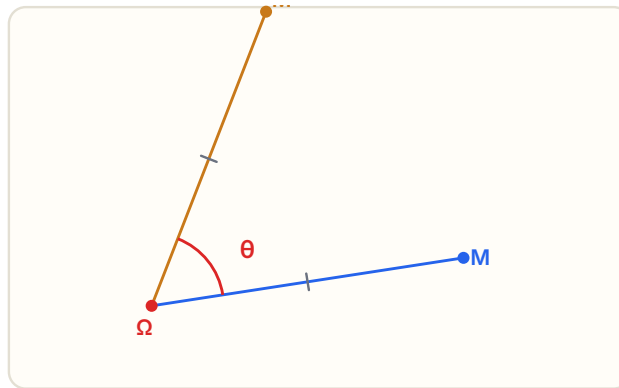


Figure — M' image de M par la rotation de centre Ω et d'angle θ

Cas particuliers

- $\theta \equiv 0 [2\pi]$: la rotation est l'**identité**.
- $\theta \equiv \pi [2\pi]$: c'est la **symétrie centrale** de centre Ω .

3. Propriétés

Si $r(A) = A'$ et $r(B) = B'$, alors $A'B' = AB$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}) \equiv \theta [2\pi]$.

Une rotation conserve les **distances**, les **angles orientés**, l'**alignement**, le **parallélisme**, l'**orthogonalité** et le **milieu**.

4. Images de figures

- L'image d'une droite est une droite ; l'image d'un segment est un segment de même longueur.
- L'image du cercle de centre I et de rayon R est le cercle de centre $r(I)$ et de même rayon R .

5. Rotation et triangle équilatéral

Le triangle ABC est **équilatéral direct** si et seulement si C est l'image de B par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

De même, le triangle ABC est **rectangle isocèle direct en A** si et seulement si $C = r(B)$ où r est la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.