



Généralités sur les fonctions — Cours

Tronc commun · Généralités sur les fonctions

1. Définitions

Une **fonction** f associe à chaque réel x de son **ensemble de définition** D_f un unique réel $f(x)$, appelé **image** de x .

Si $f(a) = b$, on dit que a est un **antécédent** de b .

Ensemble de définition usuel

- $\frac{P(x)}{Q(x)}$: défini si $Q(x) \neq 0$.
- $\sqrt{P(x)}$: défini si $P(x) \geq 0$.

2. Parité

Soit D_f symétrique par rapport à 0.

- f est **paire** si $f(-x) = f(x)$: courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- f est **impaire** si $f(-x) = -f(x)$: courbe symétrique par rapport à l'origine.

3. Sens de variation

f est **croissante** sur I si pour tous $a < b$ dans I : $f(a) \leq f(b)$. **Décroissante** si $f(a) \geq f(b)$.

Taux de variation

$$T = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad (a \neq b)$$

f est croissante sur I si $T \geq 0$ pour tous $a \neq b$ de I , décroissante si $T \leq 0$.

4. Extremums

$f(a)$ est le **maximum** de f sur I si $f(x) \leq f(a)$ pour tout $x \in I$; **minimum** si $f(x) \geq f(a)$.

5. Comparaison et position relative

- $f \leq g$ sur I : la courbe de f est en dessous de celle de g .
- Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection.

6. Fonctions associées

À partir de la courbe de f :

- $y = f(x) + k$: translation verticale de vecteur $k\vec{j}$.
- $y = f(x + a)$: translation horizontale de vecteur $-a\vec{i}$.
- $y = -f(x)$: symétrie par rapport à l'axe des abscisses.
- $y = |f(x)|$: on garde la partie au-dessus et on symétrise la partie en dessous.

Exemple

$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ est définie sur $\mathbb{R}$ et $f(-x) = \frac{-x}{x^2+1} = -f(x) : f$ est impaire.