



Transformations du plan — Cours

Tronc commun · Transformations du plan

1. Les quatre transformations

Symétrie centrale de centre Ω : $M \mapsto M'$ tel que Ω soit le milieu de $[MM']$, c'est-à-dire $\overrightarrow{\Omega M'} = -\overrightarrow{\Omega M}$.

Symétrie axiale d'axe (D) : $M \mapsto M'$ tel que (D) soit la médiatrice de $[MM']$.

Translation de vecteur $\vec{u}$: $M \mapsto M'$ tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

Homothétie de centre Ω et de rapport $k \neq 0$: $M \mapsto M'$ tel que $\overrightarrow{\Omega M'} = k \overrightarrow{\Omega M}$.

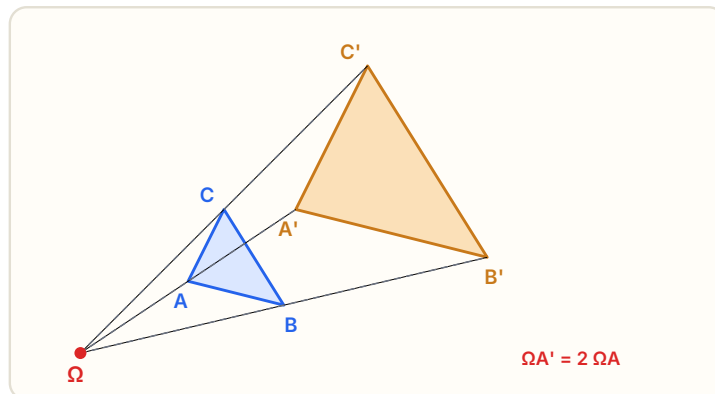


Figure — $A'B'C'$ image de ABC par l'homothétie de centre Ω et de rapport 2

2. Propriété caractéristique

- Translation : si $M \mapsto M'$ et $N \mapsto N'$, alors $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$.
- Homothétie de rapport k : $\overrightarrow{M'N'} = k \overrightarrow{MN}$, donc $M'N' = |k| MN$.

La symétrie centrale est l'homothétie de rapport -1 .

3. Propriétés de conservation

Ces transformations conservent l'**alignement**, le **parallélisme**, les **mesures d'angles orientés** (sauf la symétrie axiale qui inverse l'orientation) et le **milieu**.

Les symétries et la translation conservent les **distances** (ce sont des isométries) ; une homothétie de rapport k multiplie les distances par $|k|$ et les aires par k^2 .

4. Images de figures

- L'image d'une droite est une droite (parallèle à la droite de départ pour une translation, une

symétrie centrale ou une homothétie).

- L'image d'un cercle de centre O et de rayon r est un cercle de centre O' (image de O) et de rayon r (isométrie) ou $|k|r$ (homothétie).

Exemple

L'homothétie h de centre Ω et de rapport $-\frac{1}{2}$ transforme un segment de 8 cm en un segment de 4 cm, et un triangle d'aire 20 cm^2 en un triangle d'aire $20 \times \frac{1}{4} = 5 \text{ cm}^2$.